

## Перевернутый стакан с водой

Конкурсная работа учащихся Новова Д.Д. и Илюхина С.С. (ГБОУ «Школа № 1101» г. Москвы)

В рамках участия в ТЮФЭ «Цветные стёкла-2013», нашей школьной команде необходимо было подготовить ответ на вопрос «Фокус»: «Если доверху наполненный водой стакан накрыть листом бумаги и осторожно перевернуть, то вода из стакана не выливается. Найдите минимальное количество воды в стакане для успешного проведения опыта» [1].



Рис. 1. Иллюстрация проведения опыта с перевернутым стаканом заполненным водой (рисунок из статьи [2]).

Хотя этот опыт и является общеизвестным и часто фигурирует в сборниках задач и популярных книгах по физике [2-8], но он не так прост, как кажется на первый взгляд. Зачастую публикуется лишь формулировка опыта без ответа на него [3] или же автор кратко отвечает, что лист бумаги удерживает атмосферное давление, не рассуждая о том, какие силы, помимо атмосферного давления, действуют на него [4,5], причем в формулировке предлагается наполнять стакан водой до самого края [4,5], так что у читателя складывается впечатление, что опыт получается только в этом случае. Вышеописанные примеры приведены не для того, чтобы уличить авторов, а для того, чтобы читатель осознал, что «даже простейшие опыты при внимательном к ним отношении могут привести на серьёзные размышления» (цитата из книги Перельмана Я.И. [6]).

На наш взгляд, правильным и наиболее полным является объяснение, приведённое в книге Якова Исидоровича Перельмана [7]. Полностью его цитируем, отдавая дань уважения гению Перельмана:

89. Общеизвестен опыт с листком бумаги, который не отпадает от краёв опрокинутого стакана с водой (рис.38). Опыт описывается в начальных учебниках и часто фигурирует в популярных книгах. Объяснение обычно даётся такое: снизу на бумажку давит извне воздух с силою одной атмосферы, изнутри же напират на бумажку сверху только вода с силою во много раз меньшею (во столько раз, во сколько 10 метровый водяной столб, соответствующий атмосферному давлению, выше стакана); избыток давления и прижимает бумажку к краям стакана.

Если такое объяснение верно, то бумажка должна придавливаться к стакану с силою почти целой атмосферы ( $0,99 \text{ Атм} \approx 1 \text{ кгс/см}^2$ ). При диаметре отверстия стакана 7 см на бумажку должна действовать сила приблизительно  $\frac{1}{4}\pi \times 7^2 = 38 \text{ кгс}$ .



Известно, однако, что для отрывания бумажного листка такой силы не требуется, а достаточно самого незначительного усилия. Пластинка металлическая или стеклянная, весящая несколько десятков граммов, вовсе не удерживается у краев стакана, – она отпадет под действием тяжести. Очевидно, обычное объяснение опыта несостоятельно.

Каково же правильное объяснение?

(Перельман Я.И. «Знаете ли вы физику?», – М.: ОНТИ, 1935, с. 33-34)

Примечание: приводим расшифровку расчета силы, действующей на стакан с диаметром отверстия 7 см:  $F = p \times S = 1 \text{ кгс/см}^2 \times (\frac{1}{4}\pi \times 7^2) \text{ см}^2 = 38 \text{ кгс} = 372,4 \text{ Н}$ .

## 89. Вода в опрокинутом стакане

Ошибочно полагать, будто в стакане имеется только вода, а воздуха нет вовсе, так как бумажка прилегает к воде вплотную. Там, безусловно, есть и воздух. Если бы между двумя соприкасающимися плоскими предметами не было прослойки воздуха, мы не могли бы приподнять со стола ни одной вещи, опирающейся на стол плоским основанием: пришлось бы преодолевать атмосферное давление. Накрывая поверхность воды листком бумаги, мы всегда имеем между ними тонкий слой воздуха.

Проследим за тем, что происходит при перевёртывании стакана дном вверх. Под тяжестью воды бумажка выдаётся слегка вниз, если вместо бумажки взята пластинка, то она несколько оттягивается от краёв стакана.

Так или иначе, для небольшого количества воздуха, которое имелось между водой и бумажкой (или пластинкой), освобождается некоторое пространство под доньшком стакана; пространство это больше первоначального; воздух, следовательно, разрежается, и давление его падает.

Теперь на бумажку действуют: снаружи – полное давление атмосферы, изнутри – неполное атмосферное давление плюс вес воды.

Оба давления, наружное и внутреннее, уравниваются. Достаточно поэтому приложить к бумажке небольшое усилие в  $1\frac{1}{2}$  – 2 г, чтобы преодолеть силу прилипания (поверхностное натяжение жидкой пленки) – и бумажка отпадет.

Выпячивание бумажки действием веса воды должно быть ничтожно. Когда пространство, заключающее воздух, увеличится на 0,01, на такую же долю уменьшится давление воздуха в стакане. Недостающая сотая доля атмосферного давления покрывается весом 10 см водяного столба. Если слой воздуха между бумажкой и водой имел первоначально толщину в 0,1 мм, то достаточно увеличения его толщины на  $0,01 \times 0,1$ , т.е. на 0,001 мм (один микрон), чтобы объяснить удержание бумажки у краёв перевёрнутого стакана. Нечего и пытаться, поэтому уловить непосредственно глазом это выпячивание бумажки.

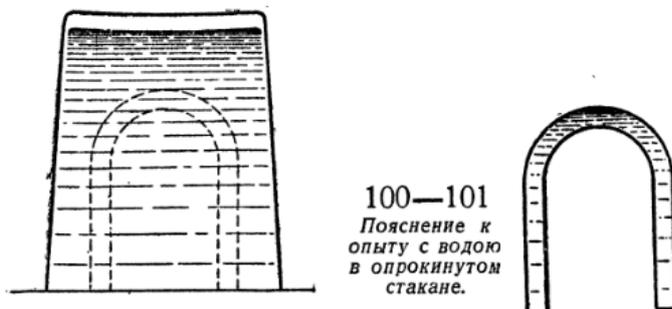
В некоторых книгах при описании рассматриваемого опыта высказывается требование, чтобы стакан был налит водою непременно до самого верха – иначе опыт не удастся: воздух будет находиться по обе стороны бумажки, давление его с той и другой стороны уравнивается, и бумажка отпадет силою веса воды. Проведя опыт, мы сразу же убеждаемся в неосновательности этого предостережения: бумажка держится не хуже, чем при полном стакане. Чуть отогнув её, мы увидим воздушные пузыри, пробегающие от отверстия через слой воды. Это с несомненностью показывает, что воздух в стакане разрежен (иначе внешний воздух не врывался бы через воду в пространство над нею). Очевидно, при перевёртывании стакана слой воды, скользя вниз, вытесняет часть воздуха, и остающаяся часть, занимая больший объём, разрежается. Разрежение здесь значительнее, чем в случае полного стакана, о чем наглядно свидетельствуют пузыри воздуха, проникающего в стакан при отгибании бумажки. Соответственно большему разрежению прижимание бумажки бывает сильнее.

Чтобы покончить с этим опытом, который, мы видим, далеко не так прост, как представляется сначала, рассмотрим ещё один вопрос: для чего вообще нужна в данном случае

бумажка, закрывающая опрокинутый стакан с водой? Разве атмосферное давление не может действовать непосредственно на воду в стакане и мешать ей вытекать?

Отчасти роль бумажки уже выяснена соображениями, которые были раньше изложены. К сказанному прибавим следующее.

Вообразим изогнутую сифонную трубку с коленами одинаковой длины (рис.101). Если такая трубка наполнена жидкостью и открытые концы трубок находятся на одном уровне, то выливания не будет; но стоит слегка наклонить сифон, чтоб началось выливание жидкости из того конца, который расположен ниже; раз начавшееся выливание будет всё ускоряться, так как разность уровней возрастает в процессе выливания.



Теперь легко объяснить, почему свободная поверхность жидкости в опрокинутом стакане должна быть строго горизонтальна (что возможно лишь при наличии бумажки), если мы желаем удержать в нём жидкость. В самом деле: пусть в одной точке поверхность жидкости ниже, чем в другой, тогда мы можем (следуя проф. Н. А. Любимову<sup>1</sup>) «эти места рассматривать, как концы воображаемого сифона, в котором жидкость не может остаться в равновесии»; вода из такого стакана должна вся вылиться (рис.100).

<sup>1</sup> «Начальная Физика», 1873.

(Перельман Я.И. «Знаете ли вы физику?», – М.: ОНТИ, 1935, с. 168-170)

### Модель опыта «Перевернутый стакан»

Воспользовавшись вышеизложенными теоретическими предпосылками из книги Я.И. Перельмана [7], мы решаем выяснить, как количественно зависит уровень воды в стакане, при котором возможно успешное проведение опыта, от прогиба листка бумаги (рис. 2). В нашей модели, в начальный момент времени давление воздуха под листком бумаги равно атмосферному  $P = P_A$ , затем по закону Бойля-Мариотта оно уменьшается из-за увеличения объёма при постоянной температуре:

$$P_0 \times V_0 = P \times V \quad (1).$$

Объём воздуха в стакане после его переворачивания может увеличиваться по нескольким причинам: из-за прогиба листка бумаги, из-за того, что лист бумаги впитывает воду, уменьшая при этом объём воды в стакане, из-за того, что несколько капель воды просачивается наружу при переворачивании (на рис. 2 и в последующих расчетах принимаем, что количество воды в стакане не изменяется).

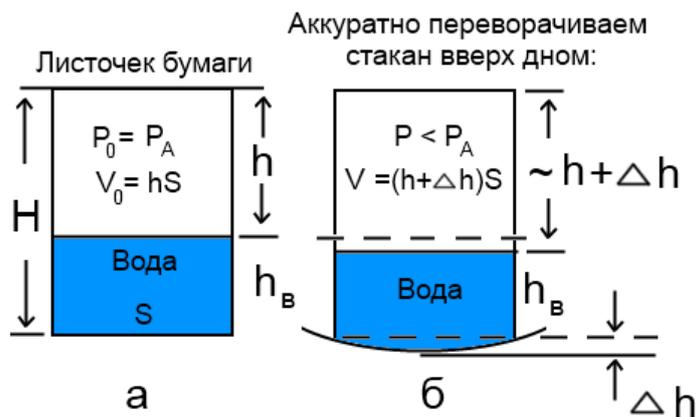


Рис.2. Модель опыта «Перевернутый стакан».

Из (1) определяем какое давление станет у воздуха в стакане после переворачивания:  

$$P = P_0 \times V_0 / V = P_A \times h \times S / (h + \Delta h) \times S = P_A \times h / (h + \Delta h) \quad (2),$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения стакана.

Записав условие равновесия листка бумаги после переворачивания стакана (II закон Ньютона), найдем функцию зависимости высоты воды в стакане, при которой возможно успешное проведение опыта, от прогиба листка бумаги  $h_в(\Delta h)$ :

$$P \times S + g \times \rho \times h_в \times S + m_{бумаги} \times g \leq F_{нн} + P_A \times S \quad (3).$$

Первое слагаемое в левой части (3) выражает величину давления воздуха в стакане на площадку  $S$  листа бумаги, второе – гидростатическое давление воды на площадку  $S$ , третье – силу тяжести, действующую на лист бумаги.

Первое слагаемое в правой части (3) – силы поверхностного натяжения между водой и стенками стакана и между водой и листочком бумаги, второе – атмосферное давление, действующее на площадку  $S$  снизу (в левой и правой частях (3) ещё должны стоять выражения для атмосферного давления на края листочка бумаги, выходящие за пределы площади поперечного сечения стакана; они сокращаются из-за того, что на эти участки бумаги атмосферное давление оказывает воздействие и сверху, и снизу одновременно, компенсируя само себя).

Из выражения (3) можно исключить силы поверхностного натяжения между водой и стенками стакана и между водой и листочком бумаги в виду их малости по сравнению с остальными силами, действующими на лист бумаги. Для оценки величины сил поверхностного натяжения можно воспользоваться формулой

$$F_{нн} = 2 \times \pi \times r \times \sigma,$$

где  $r$  – радиус стакана (5 см),  $\sigma = 7,3 \times 10^{-2}$  Дж/м<sup>2</sup> – коэффициент поверхностного натяжения для воды. Получается, что силы поверхностного натяжения, составляющие порядка ~0,02 Н, много меньше сил гидростатического давления воды:

$$(g \times \rho \times h_в \times S = 10 \text{ Н/кг} \times 1000 \text{ кг/м}^3 \times 0,1 \text{ м} \times \pi \times (0,05 \text{ м})^2 = 7,8 \text{ Н}).$$

В выражении (3) по той же причине можно пренебречь силой тяжести, действующей на лист бумаги:  $m_{бумаги} \times g = 0,005 \text{ кг} \times 10 \text{ Н/кг} = 0,05 \text{ Н}$ , а  $g \times \rho \times h_в \times S = 7,8 \text{ Н}$ .

С учётом вышесказанного, подставив (2) в (3), и учитывая связь  $h = H - h_в$ , где  $H$  – высота стакана,  $h_в$  – изначальный уровень воды в стакане, получаем:

$$y(h_в) = h_в^2 - h_в \times (H + \Delta h) + P_A \times \Delta h / (g \times \rho) \geq 0 \quad (4)$$

$$\text{Дискриминант: } D = (H + \Delta h)^2 - 4 \times 1 \times (P_A \times \Delta h / (g \times \rho)) \quad (5)$$

$$\text{Корни: } h_{в1} = [(H + \Delta h) - \sqrt{D}] / 2, \quad h_{в2} = [(H + \Delta h) + \sqrt{D}] / 2 \quad (6)$$

Квадратное неравенство  $y(h_в) \geq 0$  (4) имеет решения при  $h_в$  принадлежащие  $(0; h_{в1}] \cup [h_{в2}; H)$  (см. рис.3).

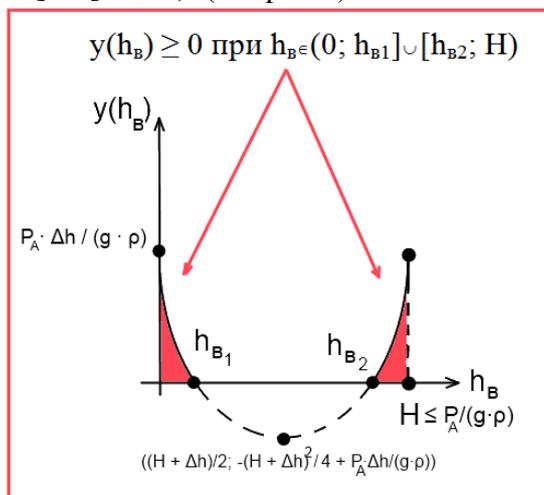


Рис.3. Графическое представление решения неравенства (4).

При  $\Delta h = 0$ , что означает то, что листок бумаги не прогибается, получается, что опыт будет успешным, когда  $h_0 = 0$  или  $H$  – соответственно либо нет воды в сосуде, либо он полностью полон. Оба случая представляются не имеющими физического смысла, ведь прогиб бумаги при полностью заполненном стакане всегда будет, а в другом случае необходимо минимальное количество воды для смачивания листа бумаги, чтобы воздух извне не проник внутрь стакана.

Пусть  $P_A = 10^5$  Па,  $g = 10$  Н/кг,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $m_{\text{бумаги}} = 5$  г, радиус стакана 5 см, высоту стакана и величину прогиба  $\Delta h$  будем варьировать.

Рассчитав при помощи программы Microsoft Excel 2003 значения дискриминанта (5) и корней квадратного уравнения (6) можно получить таблицы 1 и 2.

$\Delta h,$ МКМ	Высота сосуда, см													
	5		10		20		30		40		50		60	
	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$	$h_{в1}$	$h_{в2}$
0	0,0	5,0	0,0	10,0	0,0	20,0	0,0	30,0	0,0	40,0	0,0	50,0	0,0	60,0
10	0,2	4,8	0,1	9,9	0,1	20,0	0,0	30,0	0,0	40,0	0,0	50,0	0,0	60,0
20	0,4	4,6	0,2	9,8	0,1	19,9	0,1	29,9	0,1	40,0	0,0	50,0	0,0	60,0
30	0,7	4,3	0,3	9,7	0,2	19,9	0,1	29,9	0,1	39,9	0,1	49,9	0,1	60,0
40	1,0	4,0	0,4	9,6	0,2	19,8	0,1	29,9	0,1	39,9	0,1	49,9	0,1	59,9
50	1,4	3,6	0,5	9,5	0,3	19,8	0,2	29,8	0,1	39,9	0,1	49,9	0,1	59,9
60	2,0	3,0	0,6	9,4	0,3	19,7	0,2	29,8	0,2	39,9	0,1	49,9	0,1	59,9
70			0,8	9,3	0,4	19,7	0,2	29,8	0,2	39,8	0,1	49,9	0,1	59,9
80			0,9	9,1	0,4	19,6	0,3	29,7	0,2	39,8	0,2	49,8	0,1	59,9
90			1,0	9,0	0,5	19,5	0,3	29,7	0,2	39,8	0,2	49,8	0,2	59,9
100			1,1	8,9	0,5	19,5	0,3	29,7	0,3	39,8	0,2	49,8	0,2	59,8
110			1,3	8,8	0,6	19,4	0,4	29,6	0,3	39,7	0,2	49,8	0,2	59,8
120			1,4	8,6	0,6	19,4	0,4	29,6	0,3	39,7	0,2	49,8	0,2	59,8
130			1,5	8,5	0,7	19,3	0,4	29,6	0,3	39,7	0,3	49,8	0,2	59,8
140			1,7	8,3	0,7	19,3	0,5	29,5	0,4	39,7	0,3	49,7	0,2	59,8
150			1,8	8,2	0,8	19,2	0,5	29,5	0,4	39,6	0,3	49,7	0,3	59,8
160			2,0	8,0	0,8	19,2	0,5	29,5	0,4	39,6	0,3	49,7	0,3	59,7
170			2,2	7,9	0,9	19,1	0,6	29,4	0,4	39,6	0,3	49,7	0,3	59,7
180			2,3	7,7	0,9	19,1	0,6	29,4	0,5	39,6	0,4	49,7	0,3	59,7
190			2,5	7,5	1,0	19,0	0,6	29,4	0,5	39,5	0,4	49,6	0,3	59,7
200			2,8	7,3	1,1	19,0	0,7	29,3	0,5	39,5	0,4	49,6	0,3	59,7
210			3,0	7,0	1,1	18,9	0,7	29,3	0,5	39,5	0,4	49,6	0,4	59,7
220			3,2	6,8	1,2	18,9	0,8	29,3	0,6	39,5	0,4	49,6	0,4	59,7
230			3,6	6,5	1,2	18,8	0,8	29,2	0,6	39,4	0,5	49,6	0,4	59,6
240			4,0	6,1	1,3	18,7	0,8	29,2	0,6	39,4	0,5	49,5	0,4	59,6
250			4,7	5,4	1,3	18,7	0,9	29,2	0,6	39,4	0,5	49,5	0,4	59,6
500					2,9	17,1	1,8	28,3	1,3	38,8	1,0	49,0	0,8	59,2
750					5,0	15,1	2,7	27,3	2,0	38,1	1,5	48,5	1,3	58,8
1010					9,9	10,2	3,8	26,3	2,7	37,4	2,1	48,0	1,7	58,4
1500							6,3	23,9	4,2	36,0	3,2	47,0	2,6	57,5
2000							9,8	20,4	5,8	34,4	4,4	45,8	3,5	56,7
2280							14,5	15,8	6,8	33,4	5,0	45,2	4,1	56,2
3000									9,9	30,4	6,9	43,4	5,5	54,8
4080									19,8	20,7	10,1	40,3	7,7	52,7
5000											13,5	37,0	9,9	50,6
6410											25,0	25,7	13,6	47,0
7000													15,5	45,2
8000													19,3	41,5
9280													30,2	30,7

Таблица 1. Зависимость значений корней  $h_{в1}$  и  $h_{в2}$  квадратного уравнения от величины

*прогиба листка бумаги  $\Delta h$  и высоты сосуда  $H$ .*

Как видно из таблицы 1 для сосуда заданной высоты есть вполне определенный диапазон возможных величин прогиба листа, при которых опыт будет удаваться. Например, для  $H = 10$  см это значения  $\Delta h \leq 250$  мкм. При  $\Delta h > 250$  мкм дискриминант квадратного уравнения будет отрицательным, и уравнение не будет иметь решений в действительных числах.

Вычисления проводились с шагом в 10 мкм, поэтому предельные значения  $\Delta h_{пред}$ , выделенные в таблице красным, соответствующие условию  $D = 0$ , лишь приблизительно равны. Например, для  $H = 20$  см при  $\Delta h = 1010$  мкм дискриминант (5) ещё положительный, а при  $\Delta h = 10-20$  мкм уже отрицательный. Аналогично для других значений  $H$ .

800 кг/м <sup>3</sup>	Высота сосуда, см						
	5	10	20	30	40	50	60
$\Delta h_{пред}$ , МКМ	50	200	800	1820	3250	5100	7340

Таблица 2. Предельные значения величины прогиба листка бумаги  $\Delta h$  для жидкостей с плотностью  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup> (керосин, спирт) в зависимости от высоты сосуда  $H$ .

Как видно из таблицы 2 и из величины свободного члена в выражении (4), при уменьшении плотности жидкости предельное значение величины прогиба листа бумаги уменьшается. Полученные данные хорошо сочетаются с осознанием того факта, что величина прогиба листочка бумаги явно зависит от гидростатического давления жидкости на площадку  $S$ , и тем меньше, чем меньше это давление (см. рис. 2).

При помощи программы Origin Graph 7.5 строим зависимость значений корней  $h_{e1}$  и  $h_{e2}$  квадратного уравнения от величины прогиба листка бумаги  $\Delta h$  и высоты сосуда  $H$  (рис. 4).

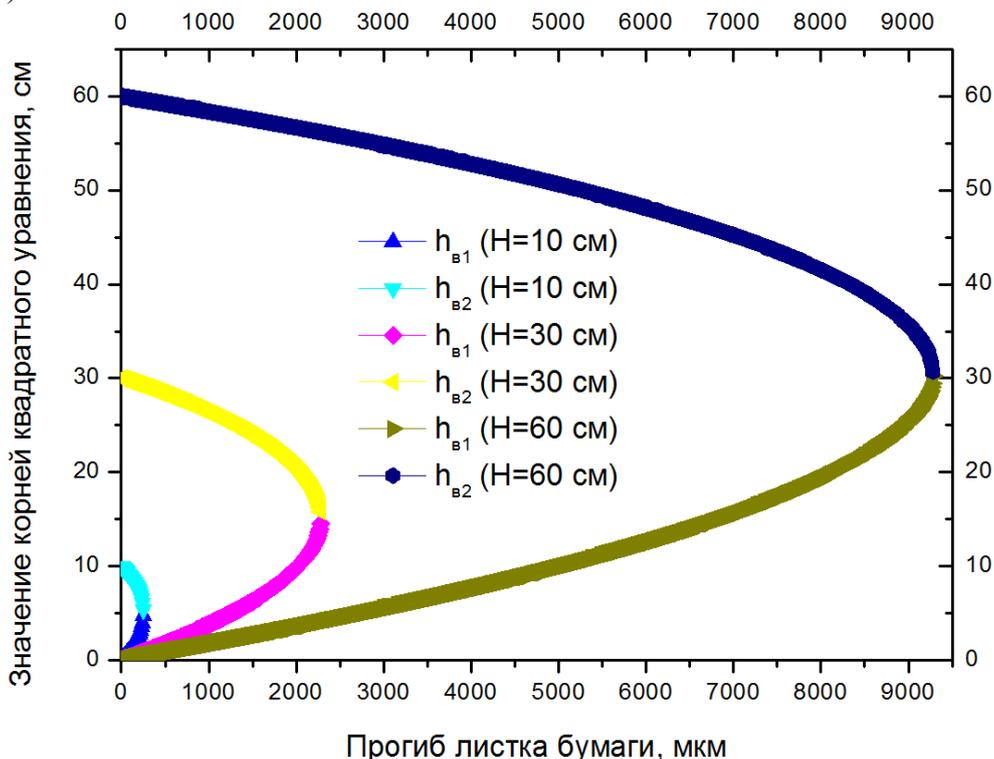


Рис. 4. Зависимость значений корней  $h_{e1}$  и  $h_{e2}$  квадратного уравнения от величины прогиба листка бумаги  $\Delta h$  и высоты сосуда  $H$ .

Проанализировав полученные данные, можно выявить интересный факт, заключающийся в том, что при определенной высоте трубки (сосуд высотой 20 и более сантиметров уже, наверное, стаканом назвать трудно), если трубка почти пустая или почти полная, то лист бумаги удерживается хорошо и вода из трубки не выливается. Если же трубка наполнена примерно на половину, то вода из неё выливается. Данный факт находит отражение в книге Дж. Уокера «Физический фейерверк» [8].

Волею судьбы оказывается, что советский гранёный стакан высотой 10 см с широкими кромками идеально подходит для фокуса с водой, поскольку для такой высоты стакана опыт будет удачным в широком диапазоне возможных значений уровня воды при малых значениях  $\Delta h$ . С увеличением высоты стакана при малых величинах  $\Delta h$  диапазон возможных для успешного проведения опыта значений высоты воды существенно сужается (см. рис. 3 и таблицу 1).

### Домашний эксперимент

Для проведения опыта в домашних условиях были выбраны банки разного объёма с одинаковым по диаметру горлышком – 8 см. В каждом из опытов банки заполнялись водой до определенного уровня по высоте и для каждого из этих случаев для статистики проводилось по 25 опытов. В каждом из опытов использовался «свежий» лист бумаги  $\frac{1}{4}$  А4 (80г/м<sup>2</sup>), который удерживался в момент переворачивания банки, заполненной водой, ладонью руки. Опыт считался успешным, если листочек бумаги не отпадал в течение 20 секунд после переворачивания. Результаты эксперимента приведены в таблице 3.

Объем банки, л	Высота банки Н, см	Высота уровня воды в банке при проведении опыта, выраженная в высоте сосуда Н.			
		$h_{в} = Н$	$h_{в} = 3/4 Н$	$h_{в} = 1/2 Н$	$h_{в} = 1/4 Н$
0,5	11,5	24	22	17	10
1	16	25	18	15	8
1,5	19	23	14	5	2

Таблица 3. Количество успешных опытов из 25.

Из таблицы 3 можно выявить любопытные закономерности. Уменьшение количества успешных опытов в столбцах сверху-вниз и в строках слева-направо, согласуется с результатами теоретических расчётов (см. таблицу 1) и объясняется тем, что прогиб листа бумаги зависит как от его механических свойств (напомним, что листы были одинаковые во всех опытах –  $\frac{1}{4}$  А4 (80г/м<sup>2</sup>)), так и от силы гидростатического давления воды в сосуде, т.е. от высоты воды в банке. Чем меньше  $h_{в}$ , тем меньше сила гидростатического давления и тем меньше прогиб листа бумаги. Таким образом, на практике оказывается, что высоты воды  $h_{в} \leq h_{в1}$  недостаточно для должного прогиба листа бумаги и опыт оказывается неуспешным в большинстве случаев.

Внимательно посмотрев на таблицу 1, следует отметить тот факт, что одному и тому же значению  $\Delta h$  соответствуют два возможных значения  $h_{в}$ . Трудно представить себе материал, который бы в реальном эксперименте проявлял такие свойства.

Итак, получается, что на практике опыт будет успешен с тем большей вероятностью, чем больше высота уровня воды в сосуде, и это становится всё заметнее с увеличением высоты сосуда.

### Выводы

К удивлению обнаружено, что простой общеизвестный опыт не так прост, как кажется на первый взгляд.

Установлено, что минимальное количество воды, необходимое для успешного проведения опыта, теоретически стремится к нулю, но на практике же, определяется необходимостью смачивания краев стакана для плотного прилегания листа бумаги (чтобы атмосферный воздух не просачивался внутрь стакана извне) при условии достаточного прогиба листа бумаги  $\Delta h$  при данном количестве воды ( $\Delta h$  зависит от механических свойств листа бумаги). Опыт успешен с тем большей вероятностью, чем больше высота уровня воды в сосуде, и это становится всё заметнее с увеличением высоты сосуда.

Обнаружено, что советский гранёный стакан высотой 10 см с широкими кромками волею судьбы является очень удачным для экспериментов, чем вводит в заблуждение широкие массы людей, считающих, что опыт получается при всех значениях высоты воды в стакане.



### Возможные направления дальнейшего исследования

Исследовать представленные в данной работе зависимости для сосудов высоких – более 20 см, чтобы убедиться в правильности выводов о том, что опыт успешен с тем большей вероятностью, чем больше высота уровня воды в сосуде, и это становится все заметнее с увеличением высоты сосуда.

Исследовать зависимость успешности опыта от механических свойств бумаги.

### Список используемой литературы

- [1] Задание ТЮФЭ «Цветные стёкла-2013» <http://cvetnie-stekla.ru/2013-task/>
- [2] Ильин А., Туркин Н., Туркина Г. Чудеса в простом стакане. // Журнал «Юный техник», 2005, №11, стр. 68-71
- [3] Перышкин А.В. Сборник задач по физик: 7-9: к учебникам А.В. Перышкина и др. «Физика. 7 класс», «Физика. 8 класс», «Физика. 9 класс» / А.В. Перышкин, Сост. Н.В. Филонович. – 5-е изд., стереотип. – М.: Издательство «Экзамен», 2010. – стр. 37
- [4] Горев Л.А. Занимательные опыты по физике. // М.: «Просвещение», 1985, стр. 21-22
- [5] Рабиза Ф.В. Опыты без приборов. // М.: «Детская литература», 1988, стр. 6-7
- [6] Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. // М.: ДЕТГИЗ, 1959, стр.45-46
- [7] Перельман Я.И. Знаете ли вы физику? // М.: ОНТИ, 1935, стр. 33-34, 168-170
- [8] Дж. Уокер. Физический фейерверк. // Издательство «Мир», 1989, стр. 84, 207