



БИБЛИОТЕЧКА · КВАНТ ·

выпуск 26

В. С. ЭДЕЛЬМАН

# ВБЛИЗИ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ





БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •  
выпуск 26

---

В. С. ЭДЕЛЬМАН

# ВБЛИЗИ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
1983

22.37

Э 19

УДК 539.2

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Академик **И. К. Киконн** (председатель), академик **А. Н. Колмогоров** (заместитель председателя), доктор физ.-мат. наук **Л. Г. Асламазов** (ученый секретарь), член-корреспондент АН СССР **А. А. Абрикосов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, академик **В. М. Глушков**, академик **П. Л. Капица**, профессор **С. П. Калица**, академик **С. П. Новиков**, академик **Ю. А. Осипьян**, академик АПН РСФСР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, кандидат хим. наук **М. Л. Смолянский**, профессор **Я. А. Смородинский**, академик **С. Л. Соболев**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**, член-корреспондент АН СССР **И. С. Шкловский**.

Редактор выпуска **Л. Г. Асламазов**.

**Эдельман В. С.**

Э 19 Вблизи абсолютного нуля. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. — 176 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 26). — 30 коп.

В книге, рассчитанной на старшеклассников, рассказывается о тех физических явлениях, которые наблюдаются при температурах вблизи абсолютного нуля. Из нее читатель узнает, какова температура Вселенной и каким образом она была измерена; как удается в лабораторных условиях получать очень низкие температуры; что такое квантовая жидкость и квантовый кристалл, что такое «левитирующие электроны»; и, наконец, что такое сверхпроводимость. Попутно читатель узнает о двух основополагающих принципах квантовой механики — соотношении неопределенностей и принципе Паули, законе Больцмана, управляющем тепловым движением, и к каким следствиям они приводят не только при низких температурах, но и в условиях обыденного окружающего нас мира.

Для школьников старших классов, преподавателей и студентов, лекторов.

1704060000—030

Э  $\frac{1704060000-030}{053(02)-83}$  214-83

ББК 22.37

531.9

Э  $\frac{1704060000-030}{053(02)-83}$  214-83

© Издательство «Наука»,  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1983

Мы редко отдаем себе отчет в том, насколько важны низкие температуры в нашей жизни. А в то же время окружающий нас космос — это природный гигантский холодильник, не дающий нам сгореть от палящих лучей солнца. Но и созданный человеком рукотворный холод нашел немало применений: это и получение кислорода для современной металлургии, и громадные сверхпроводящие магниты, предназначенные приблизить осуществление управляемого термоядерного синтеза, и целая отрасль медицины — криохирургия, и наиболее чувствительные приборы для обнаружения радиосигналов и измерения магнитных полей, это — в перспективе — создание вычислительных машин нового поколения и многое, многое другое.

Прежде чем все это стало реальностью, ученым нужно было изучить те физические явления, которые возникают в области температур вблизи абсолютного нуля. Что заставляло их заниматься этой работой? На первом этапе — не соображения практической пользы. В самом деле, кто станет утверждать, что Камерлинг-Оннес стремился получить жидкий гелий, чтобы охлаждать сверхпроводящие магнитные системы, если в то время о сверхпроводимости никто не знал? Движущей силой была любопытность, наградой — чувство удовлетворения, если удастся узнать что-либо никому раньше не известное.

Чем же привлекают внимание исследователей низкие температуры? Тем, что область вблизи абсолютного нуля оказалась не такой уж «мертвой», как думали еще столетие назад: всякое движение прекращается, все замерзает, и можно ставить точку. Совсем наоборот, по изобилию физических явлений, которые наблюдаются при охлаждении веществ до температуры жидкого гелия и ниже, физика низких температур может смело соревноваться с любой другой областью естествознания. Никогда не замерзающие жидкости, сверхпроводимость (да и просто электропроводность

металлов), сверхтекучесть, магнетизм (присущий, оказывается, чуть ли не всем на свете веществам) — каждое это явление скрывает десятки своих проблем.

И все эти свойства, проявляющиеся в макроскопических телах, содержащих мириады частиц, можно описать только при помощи законов квантовой механики — законов микромира. Но прежде надо научиться применять их к большим системам, получать теоретически те ответы, которые природа подсказывает в экспериментах. Тогда знания, полученные в физике низких температур, можно использовать и в микромире, и в астрономических масштабах: есть, например, модель сверхтекучих ядер — и сверхпроводящих звезд.

Но что же такое, собственно, «физика низких температур»? Можно ли четко ограничить эту область? Скорее, нет, и причина простая: явления природы подчиняются своим внутренним масштабам, а не той шкале, которую предлагают люди. Для каждого явления существуют низкие температуры — такие, при которых энергия теплового движения меньше или сравнима с энергией, определяющей протекание процесса. Например, те миллионы градусов, до которых сегодня удается нагревать плазму, это еще очень низкая температура для термоядерного реактора. Наоборот, температура кипения жидкого гелия 4,2 К зачастую оказывается слишком высокой. Поэтому руководствуются традицией, согласно которой сейчас к сфере низких относят температуры от абсолютного нуля до нескольких кельвинов.

Конечно, в небольшой книжке невозможно рассказать обо всем, что изучает физика низких температур. Поэтому были отобраны те характерные явления, природа которых может быть истолкована сравнительно просто. Исключение составляет, пожалуй, лишь сверхпроводимость, но умолчать об этом важнейшем явлении никак нельзя. Изложение предполагает, что читатель знаком со школьным курсом физики, и все, что выходит за его рамки, описывается по мере необходимости. Часть расчетов сформулирована в виде задач, решения которых приведены в конце книги. Отдельные места в ней могут показаться трудными для понимания, но работа мысли неизбежна, если хочешь проникнуть в суть дела, а не ограничиться верой на слово.

## ГЛАВА I

### ЗАКОН ДЛЯ ХАОСА

«...Волна и камень,  
Стихи и проза, лед и пламень  
Не столь различны меж собой».

*А. С. Пушкин*

Эти строки не из научного трактата, и вряд ли правильным будет вывод, что поэт опередил свой век в понимании законов природы. И все же ... И все же Пушкин прав не только метафорически, но и в прямом смысле слова. Волной и камнем мы еще займемся, а сейчас обратимся к «льду и пламени». Лед — это символ холодного покоя, пламя — энергичного движения. Рассматривая эти два полюса тепла и холода в окружающем нас естественном мире, люди пришли к идее теплового движения на уровне атомов и молекул. Мерой этого движения служит температура.

Всякий, поглядев на термометр, скажет, какая температура на улице, и сообразит, что надеть на себя, выходя из дома. И такого уровня знания вполне достаточно в обыденной жизни. Но если вас интересует, как устроена природа, то наверняка придется задуматься над тем, что скрывается за словами «тепло» и «температура». И вы осознаете, что это вам почти не известно, — если, конечно, вы не специалист (а ему и незачем читать эту главу). Конечно, в школьном учебнике кое-что про температуру сказано. Прочитаем: «Температура является мерой средней кинетической энергии хаотического движения молекул в макроскопических телах». Как это разительно отличается, например, от такого определения: «Скорость — это путь, проходимый телом за единицу времени». Здесь все ясно и просто, готовая формула, по которой можно производить вычисления. Дело в том, что температуру — всем знакомое и привычное понятие — совсем не просто точно определить. Эта тема достойна отдельной книги. (К счастью, она уже написана — это книга

Я. А. Смородинского «Температура», выпуск 12 «Библиотечки «Квант».) Но если уж мы хотим говорить о низких температурах, пытаюсь понять суть физических явлений, то никак не обойтись без знания общих законов теплового движения, устанавливающих количественно его связь с температурой.

Известно, что у атомов газов при температуре  $T$  с поступательным движением связана энергия

$$E = \frac{3}{2} kT \quad (1.1)$$

( $k = 1,38... \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана). Если нагреть газ на  $\delta T$ , то энергия этого движения увеличится на  $\frac{3}{2} k\delta T$ . Но, с другой стороны, изменение энергии любого тела при нагреве при постоянном объеме описывается его теплоемкостью  $C$ , так что  $\delta E = C\delta T$ . Оказывается, что у одноатомных газов измеренное значение теплоемкости в расчете на один атом таково: для He —  $1,50k$ ; для Ar —  $1,50k$ ; для Xe —  $1,50k$ , т. е. равно как раз  $\frac{3}{2}k$ . Итак, эксперимент свидетельствует: в одноатомных газах тепловое движение сводится исключительно к поступательному движению атомов как целое.

Но это — не единственный возможный вид теплового движения. Наглядный пример: в твердых телах составляющие их молекулы закреплены в узлах кристаллической решетки и не могут двигаться поступательно. Однако тепловое движение в них существует, и доказательство тому, совсем не умозрительное, — их большая теплоемкость. Вспомните хотя бы, как долго остается горячей нагретая сковородка.

У теплового движения атомов в газах есть одно бросающееся в глаза свойство: оно не зависит от характеристик самих атомов. Атом гелия имеет массу (в атомных единицах), равную 4, аргон — 40, ксенон — 131. Но это различие в массах никак не сказывается на энергии теплового движения.

У атомов различны не только массы, но и число составляющих их частиц. У гелия вокруг ядра движется всего два электрона, у аргона — 18, у ксенона — целых 54! Каждый электрон в тысячи раз легче ядра, но раз уж масса не влияет на энергию теплового движения, то почему каждый электрон ничего не добавляет к теплоемкости своего атома? Может быть, есть какой-нибудь закон природы, вообще запрещающий тепловое движение электронов? Ничего подобного! Прекрасно известно, что если газ сильно нагреть,

то он начинает излучать свет. Хрестоматийный пример: именно благодаря этому явлению был впервые обнаружен на Солнце гелий. Причина тоже известна и получила свое объяснение в квантовой механике. Электроны в атоме могут занимать только определенные квантовые состояния, различающиеся по энергии. Если атом получит извне достаточную порцию энергии, то он может возбудиться — электрон переходит из нижнего устойчивого состояния в такое, где его энергия больше. Но в возбужденном состоянии атом не может долго пребывать, и когда он возвращается в устойчивое состояние, то испускает квант света, который мы и видим. Какова тут роль температуры газа? Очевидно, та, что тепловое движение должно быть достаточно энергичным, чтобы, например, при столкновении двух атомов их суммарная энергия поступательного движения оказалась достаточной для возбуждения хотя бы одного из атомов.

Таким образом, излучение света нагретым газом — это проявление теплового движения электронов. Но чтобы оно началось, нужна высокая температура, и связано это с дискретной природой движения электронов в атоме. А вот поступательное движение атомов может происходить с любой скоростью и, соответственно, энергией. Оно не квантуется и имеет, как говорят, непрерывный спектр. Именно этим, с точки зрения теплового движения, атом принципиально отличается от электронов, входящих в его состав.

Оказывается, что и в том, и в другом случае тепловое движение можно описать одним и тем же законом, найденным Людвигом Больцманом более ста лет назад. Вывести этот закон помогает, как ни странно, знание того, как изменяется атмосферное давление с высотой над уровнем моря.

Атмосфера Земли — это очень сложное образование, у нее и состав, и температура, и давление зависят и от высоты  $h$  и от времени суток и года, от места на Земле, изменяясь хаотически почти непредсказуемым образом. Но если отвлечься от климатических и географических колебаний, которые относительно не так уже и велики, то остается один фактор: высота. Причина падения давления при подъеме вверх очевидна — чем выше, тем меньше масса остающегося столба воздуха, создающего давление благодаря силе тяжести. И не так уж трудно найти, как должно изменяться давление идеального газа (а воздух при  $T \cong 300$  К идеален), если его температура неизменна. Расчеты



показывают \*), что

$$P(h) = P(0)e^{-mgh/kT}, \quad (1.2)$$

где  $e = 2,718 \dots$  — основание натурального логарифма;  $m$  — масса молекулы газа (для воздуха в среднем она соответствует 29 а. е. м.).

Формула (1.2), названная барометрической, очень неплохо описывает действительное изменение давления. Правда, надо учесть, что температура атмосферы не постоянна. Сначала она уменьшается при подъеме, чему наглядное подтверждение снега и ледники в горах. На высоте 10 ÷ 20 км, где летают современные самолеты,  $T \approx 220$  К.

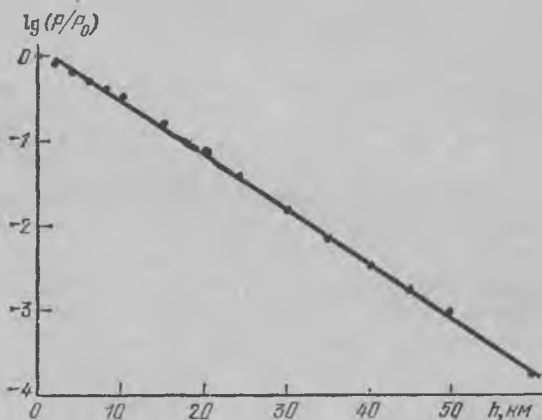


Рис. 1.1. Зависимость атмосферного давления от высоты. Прямая соответствует формуле (1.2).

При дальнейшем подъеме она опять растет, возвращаясь к  $T \approx 300$  К на высоте 100 км. Если в качестве температуры в (1.2) подставить среднее по высоте значение  $T = 250$  К, то можно ожидать, что отличие теоретической от реальной зависимости будет невелико. Так оно и есть, о чем свидетельствует рис. 1.1.

Барометрическая формула — это результат решения одной частной задачи. Но смысл ее гораздо глубже. Чтобы показать это, произведем в ней некоторые изменения. Для идеального газа  $P = NkT$  ( $N$  — число частиц в единице

---

\*) *Задача 1.* Исходя из уравнения состояния идеального газа, получить формулу (1.2).

объема), поэтому  $P(h)/P(0)$  можно заменить на  $N(h)/N(0)$ . Вместо  $mgh$  напишем энергию  $E$ , заодно и аргумент при  $N$  заменим на  $E$ , так как между  $h$  и  $E$  есть взаимно однозначное соответствие. Тогда получим

$$N(E)/N(0) = e^{-E/kT}. \quad (1.3)$$

Теперь формула (1.2) приобрела более общий вид. Если вспомнить, что тепловое движение удивительно «неразборчиво» (все, что может, то и движется,хватило бы энергии), то можно предположить, что формула (1.3) является универсальной, т. е. годной для любых частиц, в том числе и для частиц с дискретным спектром. Так оно и есть на самом деле: сколько частиц в рассматриваемой системе находится в состоянии, в котором их энергия равна  $E_i$ , определяется только отношением  $E_i/kT$ . Так как не всегда можно основному, т. е. имеющему минимальную энергию, состоянию приписывать  $E = 0$ , то формулу (1.3) удобно записать в виде

$$N_i/N = ae^{-E_i/kT}, \quad (1.4)$$

где  $N$  — полное число частиц в системе; множитель  $a$  выбирается так, чтобы сумма всех  $N_i$  была равна  $N$ . Формула (1.4), описывающая тепловое движение, была впервые получена Больцманом более ста лет назад и носит его имя.

А теперь, смотрите, что получилось! Говоря о тепловом движении, мы привыкли к эпитету «хаотический». Правда, уже то, что существует средняя энергия движения, заставляет заподозрить, что полного хаоса нет. И вот теперь мы можем заключить, что в тепловом движении не так уж мало порядка. Конечно, если мы будем следить за отдельной молекулой, то увидим бесконечные смены направления движения, скорости, внутреннего состояния, и каждое очередное изменение на ее «жизненном пути» будет совершенно случайным и непредсказуемым. Но если мы подсчитаем, сколько времени ей удалось провести в каждом из своих возможных состояний с энергией  $E_i$ , то если мы следили за молекулой достаточно долго, окажется, что это время пропорционально  $e^{-E_i/kT}$ . Иначе и не может быть — это соответствует тому, что при моментальной фотографии мы сможем застать в каждом состоянии долю общего числа частиц, определяемую законом Больцмана (1.4).

Прежде чем перейти к новой теме, надо ответить еще на один вопрос: насколько универсальна формула Больцмана, всегда ли ее можно применить? Нет, только в тех случаях, когда между частицами нет взаимодействия. Ведь до сих

пор мы всюду говорили об энергии отдельной частицы, которая зависит только от ее состояния, но не от состояния других частиц. Это сильно ограничивает область применения простой формулы (1.4), но, к счастью, очень часто можно выделить такие явления, когда взаимодействием можно пренебречь. И один такой чрезвычайно важный случай мы сейчас опишем.

Говоря о тепловом движении, обычно имеют в виду реальные частицы — атомы, молекулы или броуновское движение мелких частиц. Но в вакууме существуют переменные во времени электромагнитные поля — электромагнитные волны, излучаемые нагретыми телами. Как происходит излучение, зависит от свойств конкретных тел. К счастью, если излучение «черное», — есть такой термин, — то его закономерности можно установить в общем случае.

## ГЛАВА 2

### ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Не правда ли, странное сочетание слов? «Черное излучение»... Казалось бы, что может быть менее естественным? Излучение — это свет: солнечный, лунный, от лампочки, от пламени. Черный — отсутствие света: ночь, «хоть глаз выколи». Но оставим эмоции и взглянем на дело трезво, как положено естествоиспытателям.

Что означают краски — красная, синяя, черная? Картина в темноте не видна, ее надо осветить. И тогда те ее места, которые отражают красные лучи и поглощают все остальные составляющие видимого света, будут красными, синие — синими. А от черной краски свет не отражается: он поглощается и «пропадает». Обычно черную краску делают из сажи или графита. А не помните ли вы, кстати, историю создания той самой лампочки, что стоит у вас на столе и освещает страницы книги? Один из этапов я напому. Эдисон долго искал материал для ее спиральки и нашел, что весьма неплохо светит разогретая угольная нить. Но перестает ли она при нагреве быть черной? Нет и нет, она по-прежнему поглощает падающее на нее излучение, а испускает уже свое собственное, которое и называется излучением черного тела, или, часто, просто черным излучением.

Для физика черное тело — это такое тело, которое поглощает все падающее на него излучение. Ну, а светится черное тело или нет и как светится, зависит от его температуры: при 600—700 °С свет красный, при 1000 °С — желтый, при 1500 °С — белый. Но вспомним, что свет — это электромагнитные колебания с длиной волны от  $\sim 0,4$  до  $\sim 0,8$  мкм. За пределами этого «окна» глаз излучение не воспринимает. Однако какое дело природе до нашего глаза? Черное тело излучает электромагнитные волны независимо от того, смотрят на него или нет, видят это излучение или не в состоянии это сделать. Поднесите руку к нагретому утюгу — света от него еще нет, а поток тепла от него явно ощущаете. Это — тепловое излучение, т. е. те же самые электромагнитные волны, но длина их так велика, что глаз воспринять их не может. И, приняв, что свойства природы не зависят от человека, приходится заключить, что излучение есть всегда, а температура тела определяет состав и интенсивность этого излучения. И задача науки — связать эти величины количественными соотношениями.

Мы это сейчас и сделаем, но начать придется издалека, а именно — с простого маятника: грузика, подвешенного на нитке длиной  $l$ . Если толкнуть груз, маятник начнет качаться с частотой  $\omega = \sqrt{g/l}$ . Амплитуда колебаний может быть различной — все зависит от того, какой был толчок. Представим себе, что маятник — идеальный, без всякого трения, так что колебания его не затухают. А теперь возьмем и зарядим его электрическим зарядом. Этот заряд движется вместе с маятником, и поэтому создаваемое им электрическое поле, которое зависит от расстояния от точки до маятника, — оказывается переменным во времени с той же самой частотой  $\omega$ , с которой изменяется положение маятника. Переменное электрическое поле вызывает электромагнитную волну, распространяющуюся в пространстве и уносящую с собой энергию колебаний маятника.

Электромагнитная волна — это поток квантов излучения, энергия каждого из которых равна  $\hbar\omega$  (вспомните хотя бы законы фотоэффекта). Поэтому, очевидно, минимальная порция энергии, которую может отдать маятник, тоже равна  $\hbar\omega$ . Она не зависит от величины электрического заряда, из чего можно заключить, что и без заряда маятник может отдавать энергию только порциями величиной  $\hbar\omega$ . Сравните с атомом: он может излучать кванты света определенной частоты, потому что имеет дискретные уровни энергии. Для маятника дело обстоит точно так же, только

формула для уровней выглядит более просто:

$$E_i = \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Откуда взялась половинка, речь пойдет несколько позже, для нас она сейчас не важна и написана только для порядка.

Если подставить в эту формулу параметры обычного маятника (например,  $m = 1$  г,  $l = 1$  м), можно увидеть, что уже при ничтожной амплитуде колебаний (скажем, 1 Å) число  $i$  астрономически велико, поэтому-то квантование совершенно не проявляется, хотя, в принципе, оно и есть \*). Заметим, кстати, что любое периодическое движение — будь то в обычном мире или в микромире — обязательно квантуется, и правило всегда такое: если движение происходит с частотой  $\omega$ , то расстояние между квантовыми уровнями энергии равно  $\hbar\omega$ .

Реально любой маятник является частью какой-то системы с температурой  $T \neq 0$  (это может быть маятник плюс окружающий его воздух). И, аналогично броуновскому движению, должно происходить тепловое движение маятника как целого. Чтобы вычислить энергию этого движения, представим себе, что у нас много ( $N \rightarrow \infty$ ) совершенно одинаковых не взаимодействующих между собой маятников. Тогда энергией  $E_i$  будет обладать, согласно формуле Больцмана (1.4),  $N_i = aNe^{-E_i/kT}$  маятников. Полная энергия теплового движения окажется, очевидно, равной

$$E_{\text{полн}} = \sum_{i=0}^{\infty} E_i N_i. \quad (2.2)$$

Отсюда для средней энергии  $\bar{E}$  колебаний одного маятника получаем

$$\bar{E} = \frac{E_{\text{полн}}}{N} = a \sum_{i=0}^{\infty} \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega e^{-\hbar\omega \left(i + \frac{1}{2}\right) / kT}. \quad (2.3)$$

Стоящую справа сумму нетрудно привести к виду \*\*)

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} \frac{1 + e^{-\hbar\omega/kT}}{1 - e^{-\hbar\omega/kT}}. \quad (2.4)$$

\*) *Задача 2.* Вычислить, какую амплитуду колебаний и энергию в кельвинах имеет маятник с  $m = 1$  г,  $l = 1$  м в основном состоянии, т. е. при  $i = 0$  (энергия в кельвинах равна  $T = E/k$ ).

\*\*\*) *Задача 3.* Сделайте эти вычисления.

Эта формула сильно упрощается, если частота колебаний мала, так что  $\hbar\omega/kT \ll 1$ . Из математики известно\*), что  $e^x \approx 1 + x$ , если  $x \ll 1$ . Учтя это, после несложных вычислений получим

$$E = kT. \quad (2.5)$$

Это — первая веха на пути к черному излучению. Не правда ли, хороший результат? Его, вообще-то, можно было написать и без вычислений, исходя из аналогии с идеальным газом: атом газа имеет энергию поступательного движения  $\frac{3}{2} kT$ . Двигается он в произвольном направлении, так что на движение по каждому из трех ортогональных направлений системы координат, которые, естественно, эквивалентны, приходится  $kT/2$ . У маятника нет трех направлений движения, только одно. Значит, на его среднюю кинетическую энергию приходится  $kT/2$ . В процессе колебаний его кинетическая энергия периодически переходит в потенциальную и обратно. При этом средняя потенциальная энергия тоже  $kT/2$ . Итого всего будет  $kT$ , как и утверждает формула (2.5).

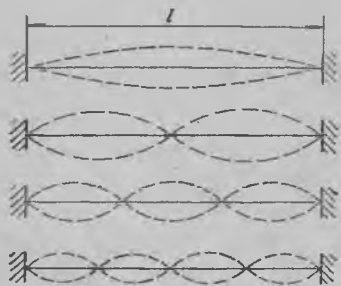


Рис. 2.1. Возможные собственные колебания струны с закрепленными концами.

Усложним нашу колебательную систему и вместо маятника возьмем струну. В чем их принципиальное отличие? В том, что у струны много различных колебаний; некоторые из них показаны на рис. 2.1. Общее у этих колебаний то, что закрепленные концы все время неподвижны. Все эти колебания называются собственными — как бы вы ни дернули за струну, в ней возникнут только те колебания, для которых длина волны

$$\lambda_i = 2l/i \quad (i = 1, 2, \dots), \quad (2.6)$$

или их комбинация. Если скорость распространения волны вдоль струны обозначить  $c$ , то частоты собственных колебаний будут

$$\omega_i = 2\pi c/\lambda_i. \quad (2.7)$$

\*) *Задача 4.* Покажите, что при  $x \ll 1$ ,  $e^x \approx 1 + x$ .

И каждое из этих колебаний участвует в тепловом движении, так что при  $\hbar\omega_i \ll kT$  их средняя энергия просто  $kT$ . Сколько же таких колебаний в интервале частот от 0 до частоты  $\omega$ , отвечающей волне с длиной  $\lambda \ll l$ ? Из формулы (2.6) легко заключить, что оно равно

$$n_1 = l\omega/\pi c. \quad (2.8)$$

Любые колебания имеют много общего. Если вместо струны мы станем изучать, например, свет, путешествующий между двух параллельных зеркал, то будут возникать собственные электромагнитные колебания — стоячие волны, для которых амплитуда электрического поля должна быть равна нулю на зеркальных границах. А зависимость ее от координаты будет точно такой же, как и для амплитуды смещения струны. И точно так же полное число колебаний в интервале частот от 0 до  $\omega$  будет выражаться формулой (2.8).

Когда описывают распространение волн, то вводят очень полезную величину, называемую волновым вектором  $k$ . Это вектор, направление которого совпадает с направлением распространения волны, а длина равна  $2\pi/\lambda$  или, иначе,  $\omega/c$ . В случае струны он направлен, очевидно, вдоль нее — другого направления просто нет. И для собственных колебаний  $k$  принимает значения  $\pi/l, 2\pi/l, \dots, n\pi/l$ . Если взять квадратную мембрану, то надо ввести координаты  $k_x, k_y$ . И каждая из них может принимать те же самые собственные значения. Нанесем их на плоскость  $k_x, k_y$  (рис. 2.2). У нас получится сетка, и площадь каждой ячейки в ней равна  $s_k = (\pi/l)^2$ . Если задать какое-то значение  $k \geq \pi/l$ , то все собственные колебания, частоты которых меньше  $\omega$ , попадут в заштрихованный сектор, имеющий площадь

$$S_k = \frac{1}{4} \pi k^2 = \frac{1}{4} \pi \left( \frac{\omega}{c} \right)^2,$$

и в этом секторе окажется

$$n_2 = \frac{S_k}{s_k} = \frac{l^2}{4\pi} k^2 = \frac{l^2 \omega^2}{4\pi c^2} \quad (2.9)$$

ячеек. Но ведь это и есть число всех собственных колебаний мембраны с частотой, меньшей или равной  $\omega$ .

Произведите мысленно такое же построение в трехмерном случае для куба \*) и получите без особого труда

$$n_3 = \frac{V}{6\pi^3} k^3 = \frac{V}{6\pi^3} \left(\frac{\omega}{c}\right)^3, \quad (2.10)$$

где  $V = l^3$  — это просто объем тела. Такая запись удобна, потому что  $n_3$  не зависит от формы тела. Можете это проверить, например, для прямоугольного параллелепипеда со сторонами разной длины.

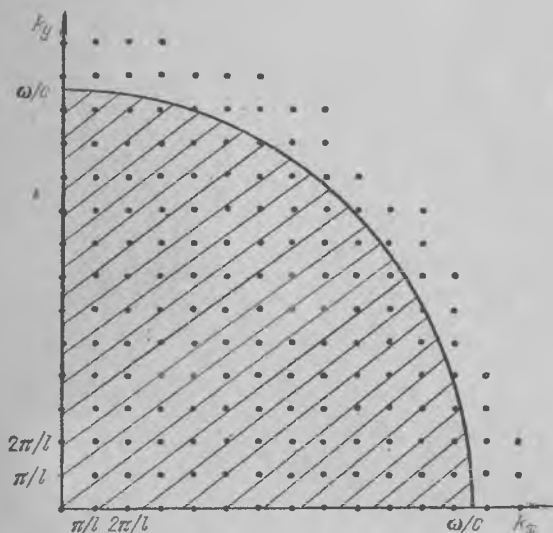


Рис. 2.2. К расчету числа собственных колебаний мембраны (обозначены точками).

Теперь у нас все готово, чтобы заняться черным излучением. Остается сконструировать абсолютно черное тело и приступить к вычислениям. Одна из возможных моделей черного тела показана на рис. 2.3: это маленькая дырочка, за которой — замкнутая полость с зеркально отражающими стенками. Луч, попавший внутрь, начинает путешествовать внутри полости, понемногу теряя свою энергию при каждом отражении, пока совсем не затухнет, так и не выбравшись

\*) В сплошной среде, очевидно, нет таких видов колебаний, как у тонкой струны или тонкой мембраны. Но можно говорить, например, о волнах звука или, если заданный объем — зеркальная комната, о собственных электромагнитных колебаниях.



наружу. А нам это и надо: это и значит, что излучение поглотилось полностью.

Теперь вспомним, что в тепловом движении принимает участие все, что может двигаться. Кванты электромагнитного излучения, фотоны, в этом смысле не исключение. И так же, как термически возбуждается поступательное движение атомов газа, должны возбуждаться и тепловые электромагнитные колебания. Если их частота  $\omega$ , то при  $\hbar\omega \ll kT$



Рис. 2.3. Схема устройства абсолютно черного тела и ход луча в нем.

амплитуда колебаний на каждой собственной частоте будет такой, чтобы их средняя энергия равнялась  $kT$ . Электромагнитные волны не взаимодействуют между собой. Поэтому тепловые фотоны образуют идеальный газ с тем отличием от обычного, что их число зависит от температуры.

Какую же энергию теплового движения имеет этот газ? Для тех фотонов, для которых  $\hbar\omega \ll kT$ , это будет просто  $kT$ , умноженное на полное их число из формулы (2.10). Правда, для порядка надо еще домножить  $n_3$  на два — ведь у света две поляризации. Это обстоятельство мы не учитывали при выводе формулы (2.10).

Итак, получаем

$$E = \frac{V k T}{3\pi^2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3. \quad (2.11)$$

Если иметь в виду измеряемые величины, то чаще всего применяются приемники, которые чувствительны к колебаниям с частотами в узком диапазоне  $d\omega$  вблизи заданной частоты  $\omega$ . Например, так устроены и обычные радиоприемники, и телевизоры, и радиолокаторы.

Нужно знать, сколько энергии  $dE(\omega)$  теплового излучения может принять такой приемник, т. е. фактически производную выражения (2.11) по частоте. Так что нужная нам формула имеет вид

$$dE(\omega) = \frac{V k T}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega. \quad (2.12)$$

Конечно, эта формула перестает быть верной при  $\hbar\omega \gg kT$ . При этом условии энергия теплового движения для каждого колебания, по Больцману, должна стать равной не  $kT$ ,

а  $\hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT}$ , так что

$$dE(\omega) = \frac{V\omega^3}{\pi^2 c^3} \hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT} d\omega. \quad (2.13)$$

Единую формулу, справедливую для любых энергий, вывел М. Планк в 1900 г., и успех этой формулы, прекрасно совпавшей с экспериментом, стимулировал бурное развитие квантовой механики. Вот эта знаменитая формула:

$$dE(\omega) = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (2.14)$$

Любители математики могут проверить, что она при соответствующих условиях переходит в формулы (2.12) и (2.13).

Но ведь излучение, которое существует внутри замкнутой полости, это вещь в себе. Чтобы узнать, что же там происходит, в стенке нашей модели (см. рис. 2.3) и сделана дырочка, через которую собственное излучение выходит наружу. Если площадь дырочки  $S$ , то за единицу времени по нормали к поверхности выходит из объема  $Sc$  (это очевидно, если размеры полости бесконечно велики). Значит, интенсивность излучения черного тела

$$dI(\omega) = S \frac{\hbar}{\pi^2 c^2} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (2.15)$$

Перепишем эту формулу в несколько ином виде, взяв в качестве аргумента не  $\omega$ , а безразмерную величину  $x = \hbar\omega/kT$ . Для этого надо в (2.15)  $\omega$  заменить на  $x \cdot kT/\hbar$  и, конечно,  $d\omega$  на  $dx \cdot kT/\hbar$ . Тогда получим

$$dI(x) = T^4 \frac{Sk^4}{\pi^2 c^2 \hbar^3} f(x) dx, \quad (2.16)$$

где

$$f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}.$$

Таким образом, интенсивность излучения, деленная на  $(kT)^4$ , независимо от температуры описывается одной и той же функцией от  $\hbar\omega/kT$ , вид которой показан на рис. 2.4.

Значение формулы (2.16) огромно. Она лежит в основе измерения высоких температур в плазме, при исследовании

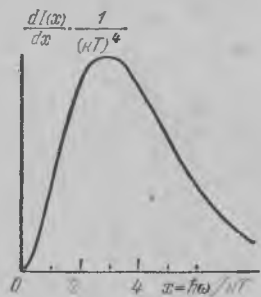


Рис. 2.4. Зависимость спектральной плотности интенсивности излучения абсолютно черного тела от  $\hbar\omega/kT$ , даваемая формулой М. Планка.

звезд и Солнца. По черному излучению измеряют температуру при проведении многих технологических процессов: при выплавке металлов, при обжиге керамики и т. д. По собственному тепловому радиоизлучению была измерена температура планет и Луны. И она прекрасно совпала с измеренной непосредственно людьми или автоматическими станциями! А сравнительно недавно мы стали свидетелями того, как по черному излучению космического пространства была определена температура таких далеких частей Вселенной, куда не мечтают добраться самые смелые фантасты.

### ГЛАВА 3

## ТЕМПЕРАТУРА ВСЕЛЕННОЙ

Незадолго до Второй мировой войны появился радиолокатор, созданный для обнаружения самолетов противника. Идея его работы проста: мощный передатчик посылает короткий радиосигнал через передающую антенну в заданную область пространства. Если на пути радиолуча оказывается препятствие, то он отражается от него и возвращается уже сильно ослабленным на ту же антенну и из нее — на чувствительный приемник. Техника радиолокации бурно развивалась и к концу войны достигла высокого совершенства. Когда ученые смогли вернуться к мирным занятиям, они стали изучать Вселенную, вооружившись этим новым инструментом.

Для этих исследований, если не иметь в виду планеты Солнечной системы, радиолокатор целиком, собственно, не нужен. Конечно, можно пытаться посылать радиоимпульсы в пространство в надежде, что их кто-то примет и пришлет ответ. Но ближайшая от нас звезда находится на расстоянии примерно пяти световых лет, да и вряд ли можно надеяться, что вблизи нее есть цивилизованная планета, так что ответа раньше чем через десять лет ожидать не приходится. Люди двадцатого века знают, что время не ждет, они нетерпеливы, да и умеют считать. А из расчетов легко получается, что если даже энергию всех электростанций мира вложить в этот радиоимпульс, то пока он доберется через громадные пространства космоса до абонента, он ослабнет настолько, что безнадежно потеряется на фоне других источников радиоизлучения. Поэтому передатчик, как пра-

вило, не пужен, и остаются антенна и чувствительный приемник. Такой прибор называется радиотелескопом.

Итак, ученые направили радиотелескоп в небо — и сразу же стали получать удивительные результаты. Оказалось, что во Вселенной происходит много процессов, приводящих к появлению радиосигналов, и благодаря радиоастрономии о них стало известно. Рассказывать о них мы не будем (иначе придется менять название книги), но один из процессов мы описали в предыдущей главе: это тепловое радиоизлучение.

Почему тепловое излучение так интересно для астрономов? Например, потому, что оно позволяет измерять температуру. Есть много объектов, которые сами не светятся в видимой области, так как слишком холодны. За примером далеко «ходить» не надо — те же Луна, Марс, Венера. Сейчас люди научились уже добираться со своими приборами до их поверхности и измерять температуру непосредственно. Но прежде чем это сделать, нужно было примерно знать, какая она, чтобы правильно спроектировать космические станции. И здесь помогла радиоастрономия.

Хотите знать радиотемпературу планет? Пожалуйста: Венера —  $560 \div 580$  К; Марс —  $218 \pm 76$ ; Юпитер —  $145 \pm 16$ ; Сатурн —  $110$  К. Просто ли ее было определить? Оказалось, что не очень. Возьмем, к примеру, Марс. Во время противостояния его расстояние от Земли примерно  $l_M = 80$  миллионов километров. Сколько же теплового излучения доходит до нас? Оценить нетрудно. Принимаем, что излучение идет от сферы радиусом  $R_M = 3400$  км (радиус Марса), и наша антенна имеет разумные размеры, например, это круг радиусом  $r = 10$  м. Если на поверхности Марса плотность потока энергии равна  $I_M$ , то вся излучаемая им энергия равна  $4\pi R_M^2 I_M$ . Тепловое излучение от сферы распространяется симметрично во все стороны, поэтому на расстоянии  $l_M$  весь поток энергии равномерно распределен по площади  $4\pi l_M^2$ . Значит, на долю антенны приходится энергия

$$4\pi R_M^2 I_M \cdot \pi r^2 / 4\pi l_M^2 = I_M \pi r^2 R_M^2 / l_M^2.$$

Что делает антенна? Она все падающее на нее излучение собирает в своем фокусе, где расположен приемник. Площадка, на которую фокусируется излучение, не может иметь размеры заметно меньшие, чем  $\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны принимаемого излучения. Пусть наш приемник настроен на излучение с  $\lambda = 3$  см (это очень распростра-

ненный в технике случай \*), тогда площадь фокуса оказывается равной  $s \approx 2 \text{ см}^2$ . В фокусе плотность потока энергии радиоизлучения  $I$ , принимаемого от Марса, оказывается равной  $I_{M\text{лр}}^2 R_M^2 / l_M s$ . Подставим числа и получим  $I \approx \approx 0,003 I_M$ .

Квант энергии для излучения с длиной волны 3 см, измеряемый в кельвинах, как легко подсчитать, равен  $\sim 0,5 \text{ К}$ . Значит, на поверхности Марса для излучения с такой частотой  $\hbar\omega/kT \ll 1$ . Поэтому для вычисления излучаемой энергии надо воспользоваться формулой (2.12), согласно которой должно быть  $I_M \propto T_M$ . Но мы видим, что до приемника доходит очень мало энергии. Примерно такую же энергию излучало бы абсолютно черное тело с температурой  $T = 0,003 T_M$ , если бы его поместить в фокусе антенны. Итак, астрономы, желая измерить температуру Марса  $\sim 200 \text{ К}$ , должны были построить такую аппаратуру, чтобы она могла детектировать излучение тел при температуре всего лишь  $\sim 0,6 \text{ К}$ .

Много ли это или мало? Надо сравнить с сигналом, который будет действовать на входе приемника, если антенну отключить. На первый взгляд, мы не можем для этого сигнала предложить какое-либо определенное значение. Есть много способов построения приемников по разным схемам. Все они будут разными, одни лучше, другие хуже. Не зря же, например, обычные радиоприемники различаются по чувствительности: у приемников первого класса она выше, чем у второго, у второго — чем у третьего. Но, оказывается, есть принципиальный предел увеличения чувствительности!

Что такое приемник? Это устройство, в котором поступившее на вход излучение управляет происходящими в нем процессами, так что на выходе вырабатывается довольно значительный сигнал, пропорциональный мощности входного излучения. Из этой схемы ясно, что приемник, чтобы быть хорошим, должен использовать всю энергию принимаемого сигнала, никакая ее часть не должна отражаться назад в антенну. А это значит, что для принимаемого излучения приемник — абсолютно черное тело! Но ведь он имеет температуру, обычно комнатную, т. е.  $\sim 300 \text{ К}$ . Значит, в приемном элементе уже существуют колебания, мощность которых определяется этой температурой. Эти колебания —

---

\*) Можно настроить приемник на любую другую частоту; это мало отразится на тех оценках, которые будут сейчас сделаны.

они называются тепловым шумом, — нам мешают, да еще как: ведь их мощность в  $\sim 300 \text{ К}/0,6 \text{ К} \cong 500$  раз больше, чем мощность теплового излучения, принимаемого от Марса. Поэтому добавку, даваемую Марсом, на таком фоне заметить почти невозможно. Что же делать? Есть два пути. Первый — увеличивать площадь антенны. Но ведь в нашем примере она и так не мала: представьте себе зеркало диаметром 20 м, изготовленное с точностью  $\sim 1$  мм — иначе оно не будет хорошо фокусировать все излучение. А теперь попробуем в 100 раз увеличить чувствительность. Для этого надо взять зеркало площадью  $3 \cdot 10^4 \text{ м}^2$  или много зеркал с той же общей площадью. Такую антенну уже практически невозможно изготовить. Самый большой в мире радиотелескоп, который расположен на Северном Кавказе, имеет диаметр 600 м, но это не сплошное зеркало, а много зеркал; их общая площадь всего  $\sim 6 \cdot 10^3 \text{ м}^2$ . А крупнейшая в мире рефлекторная антенна РТ-70 (о которой можно прочесть в журнале «Наука и жизнь», в номере 3 за 1982 г.) имеет эффективную площадь  $\sim 3 \cdot 10^3 \text{ м}^2$ . Оба эти сооружения уникальны, очень дороги и строились по многу лет.

Есть другой, более дешевый способ: надо понизить температуру приемника! Это нетрудно — ведь его входной элемент невелик, и, как оказывается (мы об этом расскажем чуть позже), нужно охлаждать только его. Если его температура станет равна, например, 3 К (а это сейчас легко достижимо), то вот и увеличение чувствительности в сто раз: нас ведь интересует единственная величина — отношение сигнал/шум, и здесь все равно, увеличивать ли сигнал, уменьшать ли шум. И уже не так трудно «увидеть» добавку  $\sim 0,6 \text{ К}$  — целых 20 %, — вызываемую излучением Марса. Конечно, приемник, который работает при комнатной температуре, навряд ли будет работать при таком сильном охлаждении. Но выигрыш столь велик, что создание приемников излучения, работающих при охлаждении до температур вблизи абсолютного нуля, стало одной из важнейших задач, стоящих перед физикой низких температур.

Один из таких малошумящих приемников — мазер. Принцип его работы примерно тот же, что и у лазера, только работает он не в видимой области, а усиливает излучение в диапазоне сантиметровых длин волн.

Итак, радиоастрономам пришлось обратиться к физике низких температур в стремлении улучшить свои приборы.

В 1963 г. американские физики Пензиас и Вильсон, работавшие в лаборатории фирмы «Белл», занялись усовершенствованием радиотелескопа с 20-футовым рупорным рефлектором-антенной. Это довольно внушительный прибор, как видно из рис. 3.1. Построен он был для экспериментов с искусственными спутниками Земли, и чтобы следить за ними, мог поворачиваться вокруг горизонтальной и вертикальной осей, просматривая любой участок неба. Радиоволны, падающие на входное отверстие антенны площадью  $25 \text{ м}^2$ , попадали на фокусирующий элемент, изогнутый в виде участка параболоида. Отражаясь от него и проходя по закрытому со всех сторон рупору, они поступали на вход

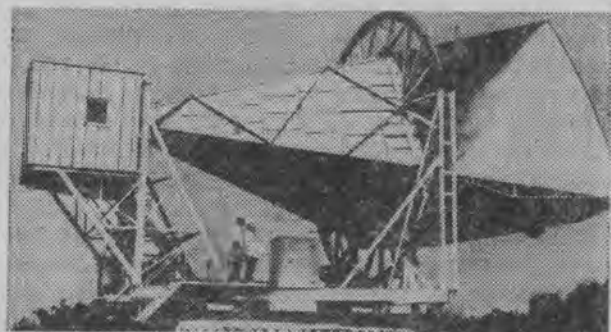


Рис. 3.1. Рупорно-отражательная антенна радиотелескопа, использовавшаяся в опытах А. Пензиаса и Р. Вильсона.

приемника. Эта антенна (рис. 3.2) могла принимать сигналы только от источников, которые находятся точно против открытого отверстия. Достаточно было повернуть ее на  $5^\circ$  в любом направлении, и принимаемый сигнал падал в тысячу раз.

Уже к началу описываемых работ этот радиотелескоп был довольно чувствительным прибором. В нем использовался в качестве приемника мазер, шум которого соответствовал температуре  $7 \pm 1 \text{ К}$ . Шумовая температура самой антенны составляла  $2 \pm 1 \text{ К}$ , а линии, связывающей ее с мазером —  $7,6 \pm 0,8 \text{ К}$ .

Может возникнуть вопрос: ведь антенна и по крайней мере часть линии — теплые, они находятся на улице, и их температура —  $300 \text{ К}$ . Почему же вносимый ими шум

характеризуется такой низкой температурой? Это просто понять. Ведь антенна — это не абсолютно черное тело. Если бы она была идеальной, то все падающее на нее излучение передавала бы в приемник и она вообще не вносила бы лишнего шума. Вообразите такую картину: мы помещаем идеальную антенну в полость, образующую абсолютно черное тело. В состоянии теплового равновесия температура обоих предметов будет, как хорошо известно, одинаковой. Антенна принимает тепловое излучение и, так как в ней нет потерь,

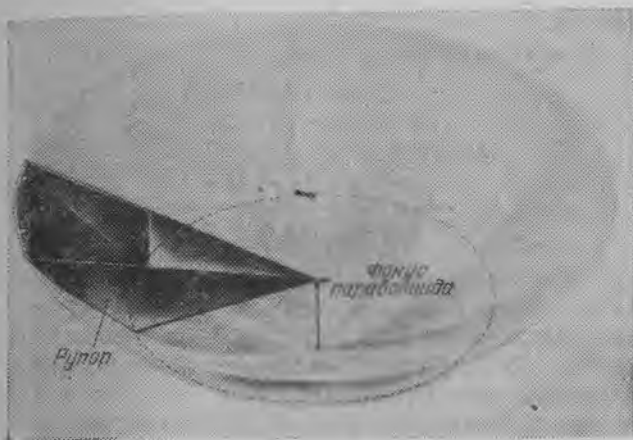


Рис. 3.2. Схема устройства антенны.

полностью возвращает его черному телу. При этом, очевидно, сохраняется баланс энергии, излученной и поглощенной черным телом. Но если антенна к тому же еще и шумит, то возвращается энергии больше, чем поступает на ее вход. А раз так, то антенна должна остывать, а окружающее ее тело — нагреваться. Однако это невозможно. Вот если антенна неидеальна и часть принятой энергии в ней теряется, то ровно такая же энергия должна переизлучаться в виде шума. Поэтому, если, например, теряется 1 % энергии, то и излучается 1 % от того, что следует ожидать от абсолютно черного тела с температурой антенны. Вспомним, что мощность теплового излучения пропорциональна температуре. Значит, в этом случае антенна будет излучать так же, как черное тело с температурой  $300 \times 0,01 =$



= 3 К. Вот такую величину и называют температурой шума антенны.

Эти рассуждения можно повторить и для линии, соединяющей антенну с приемником, и для атмосферы Земли, через которую проходит сигнал из космоса. Для излучения с длиной волны  $\sim 7$  см, которое принималось белловским радиотелескопом, шумовая температура атмосферы была вычислена по измеренному раньше поглощению радиоволны, и она составила  $2,30 \pm 0,3$  К. Все эти шумовые сигналы суммируются в приемнике, так что его полная шумовая температура должна быть равна сумме температур всех источников.

Итак, еще раз: температура

$$\begin{aligned} \text{неба} &= 2,3 \pm 0,3 \text{ К} \\ \text{антенны} &= 2,0 \pm 1 \text{ К} \\ \text{линии связи} &= 7,6 \pm 0,8 \text{ К} \\ \text{мазера} &= 7,0 \pm 1,0 \text{ К} \end{aligned}$$

---

$$\text{Итого} \quad 18,9 \pm 3 \text{ К}$$

Все эти величины были измерены в отдельных опытах или рассчитаны. Когда антенна смотрела в зенит, полный сигнал шума составлял  $22,2 \pm 2,2$  К. Чуть побольше, примерно, на  $\sim 3$  К, но ошибка измерений слишком велика, чтобы придать этому значение.

Пензиас и Вильсон решили, что прибор можно еще улучшить. Они тщательно подобрали все детали в линии, связывающей антенну с приемником, и заново рассчитали шум самой антенны, проведя лабораторные измерения макетов ее отдельных деталей. Их результат был таким: антенна и линия вместе имеют температуру шума  $T_a + T_n = 0,9 \pm \pm 0,3$  К — в десять раз меньше, чем было. Шум мазера тоже удалось уменьшить до 3,5 К. Но чтобы при измерениях не учитывать погрешность, вносимую тем, что шум приемника известен не очень точно, да и может изменяться во время опыта, было решено периодически калибровать приемник по сигналу от эталонного источника излучения.

Такой источник был изготовлен — поглотитель (т. е. черное тело), помещенный в жидкий гелий, так что его температура была равна 4,2 К. Излучение от эталонного источника можно было немного изменять, благодаря тому, что между ним и приемником устанавливался аттенюатор — поглотитель энергии переменной величины. Он имел комнатную температуру, и если, например, его установить

так, чтобы поглощался 1 % энергии, то он добавит шум, соответствующий 3 К.

Итак, процедура измерений была следующей. Приемник поочередно подключался то к антенне, то к эталонному источнику, а аттенюатор устанавливался так, чтобы сигналы на выходе приемника в обоих случаях оказались равными. После этого оставалось считать показания со шкалы аттенюатора, перевести их в температуру эталонного источника — и вы знаете температуру антенны: она та же самая.

Когда все это было сделано, оказалось, что сигнал от антенны такой же, как от эталонного источника с температурой  $6,7 \pm 0,3$  К. Вычтем отсюда вклад самой антенны и неба (напомним,  $T_a + T_n = 0,9 \pm 0,3$  и  $T_n = 2,3 \pm 0,3$  К), и остаются  $3,5 \pm 1$  К. Опять три кельвина, как и раньше, но смотрите, какая существенная разница — теперь погрешность измерений значительно меньше этой величины! Тут уж от них не отмахнешься, надо искать, откуда же взялись эти лишние градусы.

Началась тщательная проверка. Первое подозрение: может быть, атмосфера шумит сильнее? Но, к счастью, это можно узнать.

Вы все не раз наблюдали такое явление: если Солнце близко к зениту, то оно ослепительно белое, а при восходе и особенно при закате — багрово-красное. Знаете, вероятно, и объяснение: в атмосфере голубые лучи ослабляются сильнее, чем красные. Пока Солнце стоит высоко, путь света в атмосфере относительно короток, и голубые лучи до нас добираются. Но когда Солнце у горизонта, этот путь во много раз удлиняется, и до нас может добраться только красный свет.

То же самое происходит и с радиоволнами: чем больший путь им придется проделать в атмосфере, тем сильнее они поглощаются. Теперь вспомним, что обычная температура атмосферы  $200 \div 300$  К, а шумовая — всего 2,3 К. Связано это с тем, что радиосигналы частоты  $\sim 4$  ГГц (на такой частоте производились описываемые измерения) поглощаются очень слабо, на всем пути в атмосфере теряется примерно 1 %. А раз так, то можно с хорошей точностью считать, что если бы их путь был вдвое большим, то и поглощение было бы вдвое большим, а значит, и шум от атмосферы возрос бы во столько же раз. Но ведь толщину просматриваемой антенной атмосферы легко изменять; достаточно наклонить антенну так, чтобы она улавливала излучение, идущее не из зенита. Если  $\varphi$  — угол наклона,

отсчитываемый от зенита,  $h$  — толщина атмосферы, то путь, проходимый радиосигналом в атмосфере, будет равен  $h/\cos \varphi$  и шум ее — пропорционален  $1/\cos \varphi$  \*).

Разделим весь принимаемый сигнал на два: один не зависит от угла, а другой, — шум от атмосферы, — меняется как  $1/\cos \varphi$ . Тогда можно провести измерения при разных углах  $\varphi$  и вычесть из них то, что наблюдается при  $\varphi = 0^\circ$ . Остаток должен изменяться как  $(1/\cos \varphi - 1)$ , а множитель при этой величине — температура шума от атмосферы, которая оказалась, как и считалось,  $T_n = 2,3 \pm 0,3$  К. Итак, с этим все в порядке.

Следующая причина. Может быть, антенна улавливает радиоизлучение, связанное с деятельностью людей? От лаборатории, расположенной в штате Нью-Джерси, не так уж далеко до Нью-Йорка. Антенна направлялась на Нью-Йорк или на какое-либо другое место на горизонте, однако никакого заметного различия не наблюдалось. Может быть, антенна принимает излучение от самой почвы, температура которой 300 К? Но и измерения, и расчеты показали, что максимальный сигнал, который может от поверхности Земли дойти до приемника, не превосходит 0,1 К.

Таким образом, лишние три кельвина все еще оставались. Исследователи даже запустили в рупор пару голубей, и, когда голуби покрыли внутреннюю поверхность антенны характерным белым налетом, повторили измерения. Опять то же! А ведь если бы характеристики антенны были рассчитаны неверно и она вносила бы шум не 0,9, а целых 4 К, то грязь, приводящая к росту потерь, немедленно сказала бы! Пришлось чистить антенну и искать другое объяснение.

Но ничего найти не удавалось. Оставалось одно: из космоса со всех сторон приходит радиоизлучение, соответствующее температуре 3 К. Что это означает, оставалось неясным. Так прошел год, когда однажды Пензиас, беседуя со своим коллегой из Массачусетса, упомянул об этом необъяснимом шуме. Его собеседник вспомнил, что один теоретик из Принстона выполнил работу, в которой предсказал, что Вселенная должна быть заполнена электромагнитным излучением с температурой  $\sim 10$  К. Ученые связались друг с другом, обсудили свои результаты и вскоре послали статьи, которые вышли в одном и том же номере

---

\*) *Задача 5.* Поглощение радиоволн происходит в слое толщиной порядка десятков километров. Докажите, что при наклонном распространении радиоволн их затухание растёт как  $1/\cos \varphi$ .

«Астрофизического журнала». Одна экспериментальная — из лаборатории «Белл», другая — теоретическая — из Принстона.

Какова же причина этого излучения? Ученые, исследующие проблемы происхождения Вселенной, считают, что в начальной стадии ее существования все содержащееся в ней вещество было сильно сжато. Было это примерно 13 миллиардов лет назад (для сравнения напомним, что возраст нашей Земли считается равным 4,5 миллиарда лет). Из-за реакций между элементарными частицами это вещество сильно разогрелось и начало разлетаться, и разлетается до сих пор. В стадии горячей Вселенной образовалось электромагнитное излучение, которое распространяется со скоростью света. Объем, занимаемый им, непрерывно возрастает, и, аналогично идеальному газу, оно в результате остывает. Эта теория эволюции Вселенной, получившей название «большого взрыва», была предложена Гамовым задолго до описываемых здесь событий. Прямо скажем, Пензиасу и Вильсону здорово повезло: знай их предшественники по работе на радиотелескопе об этом предсказании, они не отнеслись бы так легкомысленно к лишним трем кельвинам! А так первооткрывателями реликтового (т. е. сохранившегося с первого момента существования Вселенной) излучения по праву стали герои нашего повествования, и всеобщее признание их работы принесло им Нобелевскую премию за 1978 г.

Но остановились ли на этом исследования? Совсем нет, ведь вопрос был так интересен, что нужно было поставить все точки над «i». Конечно, теория предсказывает близкую величину для температуры реликтового излучения. Как было установлено, оно приходит со всех сторон, и в какую бы точку Вселенной ни смотрела антенна, его температура изменяется не более чем на  $\sim 0,1\%$ . Но является ли оно действительно черным? Для этого нужно было снять его спектр, т. е. зависимость интенсивности излучения от длины волны, и убедиться, что она соответствует формуле (2.15).

Такие измерения были проделаны в разных лабораториях мира, и все они согласовались с ожидаемым спектром (см. рис. 3.3). Опыты по измерению излучения с длинами волн от 1 м до 2,5 мм в принципе не отличались от описанных выше. А вот добраться до области более коротких волн, где интенсивность излучения падает, так как  $\hbar\omega$  становится больше  $kT$ , было труднее. Дело в том, что такие короткие радиоволны сильно поглощаются в атмосфере

и на поверхность Земли не попадают, а тепловой шум самой атмосферы, конечно, возрастает до  $\sim 300$  К. Пришлось радиотелескопы поднимать на баллонах или ракетах выше. Так были поставлены последние точки на рисунке, и вопрос стал совершенно ясен.

Но вот что интересно. Оказывается, в космосе есть «термометр», измеряющий его температуру. Вы, надеюсь, знаете, что кроме спектра испускания атомов может наблюдаться и спектр поглощения. Он проявляется, если свет от горячего тела проходит через холодный газ. Тогда этим газом сильнее поглощаются те кванты света, энергия которых совпадает с разностью энергий между уровнями в атоме.

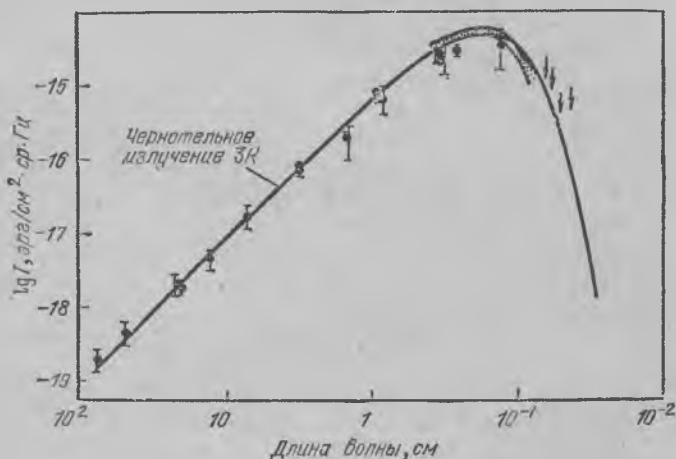


Рис. 3.3. Зависимость от длины волны логарифма интенсивности реликтового излучения. Кружки, стрелки и области с точками — результаты измерений, сделанных разными исследователями. Сплошная линия — расчет по формуле Планка интенсивности излучения черного тела с температурой 3 К.

Именно такой инверсный (т. е. «перевернутый») спектр впервые наблюдался на Солнце, и в нем проявились линии гелия — элемента, до того не известного на Земле.

У любого атома или молекулы есть много различных уровней энергии. Но если энергия кванта совпадает с разностью энергий между такими уровнями, на которых при заданной температуре электронов нет, то и поглощения, ясное дело, не будет. Поэтому, если в инверсном спектре появляются линии, соответствующие не только переходам из основного состояния в возбужденное, но и из возбужден-

ного в состоянии с еще более высокой энергией, то температура газа отлична от нуля. По интенсивности линий поглощения, воспользовавшись формулой Больцмана, эту температуру можно определить.

Межзвездное пространство не так уж и пусто. Там есть атомы всех элементов, но больше всего водорода и гелия. Более того, там есть молекулы — простые, например,  $\text{CH}$ ,  $\text{CN}$ , и более сложные. На один кубический сантиметр приходится примерно по одной частице (вспомните, что при нормальных условиях их число равно  $3 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ !). Не много, конечно, но зато сколько кубических сантиметров! Прямое отношение к нашей теме имеет молекула  $\text{CN}$ . У нее первое возбужденное состояние отстоит от основного всего на 5,4 К (мы опять для удобства в качестве единицы энергии используем кельвин). И оказалось, что в оптике наблюдаются линии поглощения, для которых исходными состояниями электрона являются оба эти уровня. И соотношение интенсивностей линий таково, что температура молекул равна 2,3 К. И это было установлено еще в 1941 г.! Только теперь стало ясно, что молекулы  $\text{CN}$  имеют ту самую температуру, которая и должна быть из-за реликтового излучения. Конечно же, стали проверять старые результаты, они подтвердились, только для температуры были получены значения более близкие к 3 К.

Зачем, собственно, вся эта история здесь изложена так подробно? Конечно, она очень интересна и поучительна. Она так хорошо иллюстрирует путь научного познания. Чуть ли не случайное открытие, изменившее представление о мире! При этом сам эффект был предсказан, однако его никто не искал целенаправленно; более того, он уже был обнаружен до предсказания! И при всем том ясно, что не будь реликтовое излучение обнаружено в 1965 г., оно все равно было бы вскоре найдено, так как и уровень экспериментальной техники, и интерес астрофизиков, и планомерный поиск все новых видов излучения, приходящего из космоса, — все это вплотную подвело физику к этому открытию. И физика низких температур сыграла здесь немалую роль: обнаружить излучение с температурой в 3 К было бы невозможно, если бы не был пройден долгий путь, приведший к созданию техники радиоприема на фоне шума, измеряемого несколькими кельвинами.

А теперь вспомним начало этой книги — там мы не смогли ответить на вопрос, что же такое «низкие температуры». Действительно, «низкий» и «высокий» — понятия

относительные. Но теперь мы имеем точку отсчета: нигде в природе нет места с температурой ниже 3 К. Такие температуры можно получать только в лаборатории. Мы по праву можем считать, что предмет физики низких температур — это все, что холоднее 3 К. Все происходящие в этой области температур явления, хоть и предусмотрены законами природы, осуществились впервые благодаря разуму. И это делает физику низких температур особенно привлекательной.

## ГЛАВА 4

### ГЛУБОКИЙ ХОЛОД

Вернемся на Землю, ибо низкие температуры есть только здесь, и посмотрим, как же удастся их получить. Происходит это в два этапа. Первый — ожижение гелия, температура кипения которого при нормальном давлении 760 мм рт. ст. равна 4,2 К. В наше время ученые получают в свое распоряжение необходимое количество жидкого гелия и стартуют с этого, уже довольно низкого уровня. Не правда ли, ситуация напоминает штурм Эвереста: к подножью большой отряд шерпов доставляет все необходимое для альпинистов, которые, сэконобив силы на предварительном этапе, только отсюда приступают к покорению вершины. Но мы покажем не только «штурм», но и «тропу шерпов», тем более, что она не так уж проста и мало кто может ее одолеть, да и к тому же еще совсем недавно пройти по ней впервые было высокой целью.

Вспомним, что жидкий гелий был получен Камерлинг-Оннесом в 1908 г. — всего 75 лет назад, и это событие явилось крупнейшим достижением в науке. Тех, кто интересуется историей этого события, мы отошлем к книге К. Мендельсона «На пути к абсолютному нулю»\*), а сами посмотрим, как техника совершает переход от комнатной температуры к жидкому гелию.

Холодильная техника в наше время получила широкое развитие. Достаточно вспомнить, что только бытовые холодильники промышленность выпускает миллионами. Нельзя ли подобное устройство использовать и при ожиже-

---

\*) К. Мендельсон. На пути к абсолютному нулю. — М.: Атомиздат, 1971.

нии гелия? Для этого надо вспомнить, как работает холодильник. Наиболее распространенный тип этих машин действует так (рис. 4.1): компрессор сжимает рабочий газ до давления в несколько атмосфер. При работе компрессора газ значительно разогревается, и его приходится охлаждать до комнатной температуры в специальном радиаторе, где он, остывая, переходит в жидкое состояние. Эта жидкость перетекает по тонкому капилляру в холодильную камеру, где капилляр сменяется широкой трубой, так что давление над жидкостью резко падает. Она начинает интенсивно испаряться, пары откачиваются тем же самым компрессором, и цикл замыкается. Охлаждение происходит благодаря испарению, так как этот процесс идет с поглощением тепла.

Из этой схемы видно, что не каждый газ годится для работы в холодильнике. Основное к нему требование — он должен оживать при умеренном давлении уже при комнатной температуре. Таким свойством обладают многие вещества, например, обычно используемый в технике фреон-12, химическая формула которого  $\text{CF}_2\text{Cl}_2$ . А если, к примеру, сжать сильнее гелий, он тоже станет жидким при комнатной температуре? К сожалению, нет. Вспомним, что для любого вещества существует кри-

тическая температура  $T_k$ , выше которой жидкая фаза не существует. Для гелия  $T_k = 5,2 \text{ К}$ , и пока мы не охладим его ниже этой температуры, холодильник, использующий принцип испарения, работать не будет.

Нельзя ли тогда испарительный холодильник использовать хотя бы для предварительного охлаждения? Получаемая с его помощью температура тем ниже, чем ниже давление пара над жидкостью (или твердым телом). Но, к сожалению, у всех веществ давление насыщенных паров  $P_{\text{нас}}$  очень быстро падает при уменьшении температуры. Закон Больцмана подсказывает, что  $P_{\text{нас}} \approx e^{-q_{\text{исп}}/kT}$ , где  $q_{\text{исп}}$  — теплота испарения, приходящаяся на одну молекулу, т. е. энергия, которую надо сообщить молекуле, чтобы перевести ее из жидкости, — энергетически выгодного состояния, — в пар.

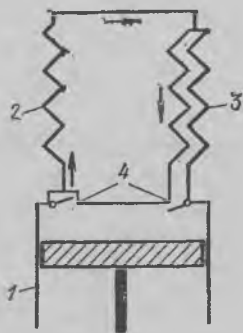


Рис. 4.1. Схема бытового холодильника: 1 — компрессор; 2 — радиатор; 3 — холодильная камера-испаритель; 4 — клапаны.



Назначение любого холодильника — отнимать тепло от охлаждаемого объекта и компенсировать неизбежный паразитный приток тепла. Поэтому холодопроизводительность должна быть не слишком малой. В нашем случае она равна теплоте испарения, умноженной на количество рабочего вещества, откачиваемого в единицу времени. Но если давление газа низкое, то много вещества не откачаешь, и, значит, эффективность холодильника падает как  $e^{-q_{\text{исп}}/kT}$ . Так как  $q_{\text{исп}}$  имеет тот же порядок величины, что и  $kT_k$ , то слишком далеко от  $T_k$  вниз не уйдешь.

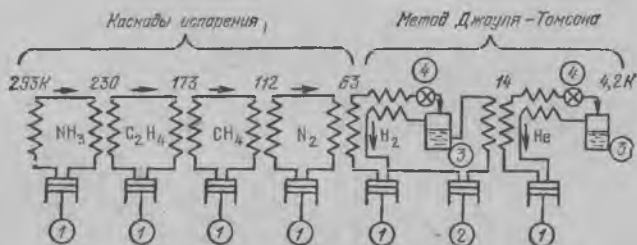


Рис. 4.2. Схема каскадного ожижителя газов: 1 — компрессор, 2 — насос; 3 — сборники жидких  $H_2$  и He, 4 — дроссели.

Ну что же, это еще не катастрофа. Можно попробовать подобрать другое вещество для холодильника — такое, чтобы он начинал работать с уровня температуры, достигаемого первым холодильником, и с его помощью получить более низкую температуру. И так далее. В таком каскадном холодильнике (рис. 4.2) можно, например, использовать следующие вещества: аммиак  $NH_3$  (до  $\sim 230$  K), этилен  $C_2H_4$  (173 K), метан  $CH_4$  (112 K), азот  $N_2$  (63 K). Большое достижение: таким способом удастся ожижить воздух! Правда, для этого существуют и более удобные технические решения, но, не углубляясь в этот вопрос, можем уже считать, что получать жидкий воздух — не проблема. А вот дальше цепочка рвется. Критическая температура водорода, который мог бы послужить следующим звеном, всего 33 K. Да и он тоже не спас бы положения: откачивая пары водорода, можно получить всего лишь 14 K, что все еще выше критической температуры гелия. Итак, надо поискать другой способ охлаждения.

Такой способ есть, и он удивительно прост. Оказывается, для этого достаточно позволить сжатому газу

расширяться, пройдя через узкое отверстие — дроссель, в канале которого благодаря трению будет сведена практически на нет скорость потока. То, что при таком процессе, называемом процессом Джоуля — Томсона, газ будет охлаждаться, отнюдь не очевидно. Например, для идеального газа никакого изменения температуры при этом вообще не происходит \*).

Но когда параметры газа близки к критическим, начинает проявляться его неидеальность, связанная со взаимным притяжением молекул. Что притяжение существует, сомневаться не приходится, — ведь иначе и жидкости не было бы! Итак, мы даем расширяться газу, при этом среднее расстояние между составляющими его молекулами увеличивается. На это надо потратить работу, аналогично тому, как это приходится делать, вырывая молекулы из жидкости (испарение). Поэтому неудивительно, что и эффект оказывается аналогичным — температура газа понижается. Охлаждение при процессе Джоуля — Томсона происходит тем эффективнее, чем ближе температура к критической. Если же увеличивать температуру дросселируемого газа, то, начиная с некоторой температуры, вместо охлаждения будет наблюдаться нагрев. Значение этой температуры — температуры инверсии  $T_{инв}$ , зависит от давления газа, но ее максимальное значение  $T_{инв} \approx 3T_k$ .

Итак, мы можем в нашем каскаде продвинуться несколько дальше: дросселируя охлажденный жидким водородом водород, мы можем понизить его температуру, так как для  $H_2$   $T_{инв} \approx 100$  К. Но жидкий водород мы так еще не получим — эффект охлаждения будет слишком мал. Надо в машину добавить одну деталь — теплообменник. В простейшем случае это две вставленные друг в друга трубы. По одной из них сжатый водород идет к дросселю, по другой, расширившись и охладившись, он идет обратно в компрессор и по пути охлаждает прямой поток (см. рис. 4.2). Поэтому каждая последующая порция газа подходит к дросселю все более и более холодной. Наконец очередная порция остынет настолько, что после расширения часть газа сконденсируется. Жидкость, очевидно, останется в сборнике, и количество возвращающегося газа уменьшится. Это ослабит эффект охлаждения прямого потока, так что в конце концов установится стационарный режим работы

---

\*) Задача 6. Докажите это утверждение.

ожижителя, при котором часть сжатого газа — реально она составляет десятки процентов — будет переходить в жидкость.

Температура кипения жидкого водорода —  $20,5\text{ К}$  — выше  $T_{\text{инв}}$  для гелия, равной  $15,6\text{ К}$ . Поэтому пары водорода надо откачать до давления  $\sim 54\text{ мм рт. ст.}$ , при котором он затвердевает. Его температура в результате понизится до  $\sim 14\text{ К}$ , и теперь можно добавить еще один каскад, аналогичный водородному, и получить, наконец-то, жидкий гелий (см. рис. 4.2). Именно по такой схеме и был впервые получен жидкий гелий Камерлинг-Оннесом.

Итак, один способ получения жидкого гелия мы знаем. К сожалению, он не очень удобен. Даже если начинать сразу от температуры жидкого воздуха — его в больших количествах производит промышленность, то нужно иметь фактически две машины: для водорода и для гелия. И при каждой из них должно быть все хозяйство: компрессор, газовые коммуникации, хранилища газов. Добавим к этому средства очистки газов от примесей, которые, если их не удалить, замерзнут внутри ожижителя, забьют все холодные трубки, и он перестанет работать. Да еще водород и опасен: достаточно появиться утечке водорода, и он, смешавшись с воздухом, образует гремучую смесь. В общем, метод хотя и прост, но не во всем хорош. К счастью, есть способ обойтись без водорода.

Чтобы охладить гелий не только до температуры инверсии, но даже до температуры кипения, надо его заставить поработать. Для этого предварительно сожмем газ в компрессоре до давления  $P_1$ , подождем, пока он остынет (ведь при сжатии он нагревается, — вспомните хотя бы, как разогревается насос, когда вы накачиваете камеру своего велосипеда), а потом откроем ему путь в цилиндр, где он, как пар в паровой машине, будет толкать поршень. В холодильной технике такое устройство называется детандером. Чтобы подсчитать, как при этом изменится температура, представим себе, что поршень детандера движется в длинном цилиндре. Пусть в какой-то момент времени, когда объем, занимаемый газом, равен  $V$ , его температура и давление будут  $T$  и  $P$ . Тогда при смещении поршня на малое расстояние, такое, что объем увеличивается на  $\delta V$ , газ совершит работу  $P\delta V$ . Если система теплоизолирована, то эта работа может быть совершена только за счет уменьшения внутренней энергии газа. Вспомним, что для идеального одноатомного газа, каковым является гелий,

$E = \frac{3}{2} NkT$ , и получим уравнение

$$-\frac{3}{2} Nk\delta T = P\delta V = \frac{NkT}{V} \delta V, \quad (4.1)$$

где мы заодно воспользовались уравнением Менделеева — Клапейрона  $PV = NkT$ . Из (4.1) получим

$$\frac{\delta T}{\delta V} = -\frac{2}{3} \frac{T}{V}. \quad (4.2)$$

Если перейти к пределу  $\delta V \rightarrow 0$ , то слева получим просто производную  $dT/dV$ . Чтобы узнать ответ, предположим, что  $T$  — степенная функция объема, т. е.  $T = aV^b$ . Тогда, вспомнив правила дифференцирования, получим простое уравнение:

$$bV^{b-1} = -\frac{2}{3} V^{b-1}, \quad (4.3)$$

откуда следует  $b = -2/3$ .

Мы получили связь между температурой и объемом одноатомного идеального газа при адиабатическом расширении, т. е. без подвода тепла. Воспользуемся еще раз уравнением состояния идеального газа и получим

$$T \sim P^{2/5}. \quad (4.4)$$

Итак, если мы хотим достичь температуры  $\sim 10$  К, расширив газ в детандере до атмосферного давления, то предварительно его нужно сжать до  $\sim 5$  тысяч атмосфер — задача для техники очень трудная. Даже если стартовать от температуры жидкого воздуха, то и тогда нужно давление в сотни атмосфер, что для гелия не так просто. Значит, холодильную машину надо усовершенствовать. Это достигается добавлением теплообменника, включаемого между компрессором и детандером. Схема такой машины показана на рис. 4.3.

Газ, поступая в детандер, охлаждается обратным потоком гелия, уже успевшего расшириться и охладиться. Благодаря этому процесс расширения начинается при более низкой температуре. Значит, и исходное давление, необходимое для того, чтобы приблизиться к ожижению, в соответствии с формулой (4.4) может быть не столь уж большим.

Итак, теперь мы имеем все компоненты гелиевого ожижителя, работающего без использования водорода. На рис. 4.4 изображена схема его устройства: гелий сжимается в ком-

прессоре до давления  $\sim 20$  атм, охлаждается до комнатной температуры и поступает в ожижитель. Сначала он охлаждается обратным потоком гелия и парами жидкого азота, налитого в специальную ванну. Делается это для экономии жидкого азота, охлаждающего газ до  $\sim 80$  К. Азот используется вот почему: во-первых, у него температура кипения ниже, чем у воздуха, и во-вторых, если бы мы взяли воздух, то из него сначала выкипал бы азот, и под конец в ванне остался бы почти чистый кислород. С ним, в общем-то, как и с водородом, дело иметь тоже не слишком приятно из-за повышенной пожароопасности.

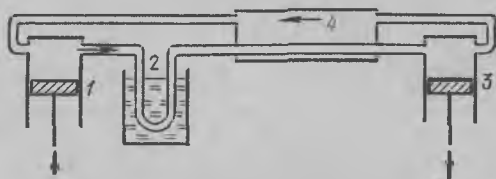


Рис. 4.3. Схема замкнутого цикла для охлаждения газа расширением в детандере: 1 — компрессор; 2 — охлаждение прямого потока до комнатной температуры; 3 — детандер; 4 — теплообменник.

Это все была стадия предварительного охлаждения. После нее гелий проходит еще через один теплообменник, а затем поток разделяется на два — часть газа идет в детандер \*) и после него, обменявшись теплом с другой частью, пускается в обратный путь. А сжатый и охлажденный гелий, пройдя следующий теплообменник, дросселируется. При этом он частично ожижается и собирается в сборнике, откуда жидкий гелий можно перелить во внешний сосуд и отправить потребителю.

Фотография такого ожижителя, вырабатывающего в час 40 л жидкого гелия, показана на рис. 4.5. Строятся и большие машины, вырабатывающие сотни литров жидкости в час, есть и совсем маленькие, такие, что их можно разместить на борту искусственных спутников, где они вполне успешно работают. Создание всех этих весьма совершенных

\*) Детандер — полированный стальной цилиндр, в котором движется поршень, набранный из текстолитовых колец; при комнатной температуре кольца плотно входят в цилиндр, но после охлаждения появляется маленький зазор, благодаря чему трение становится небольшим, а потери газа через зазор незначительны.

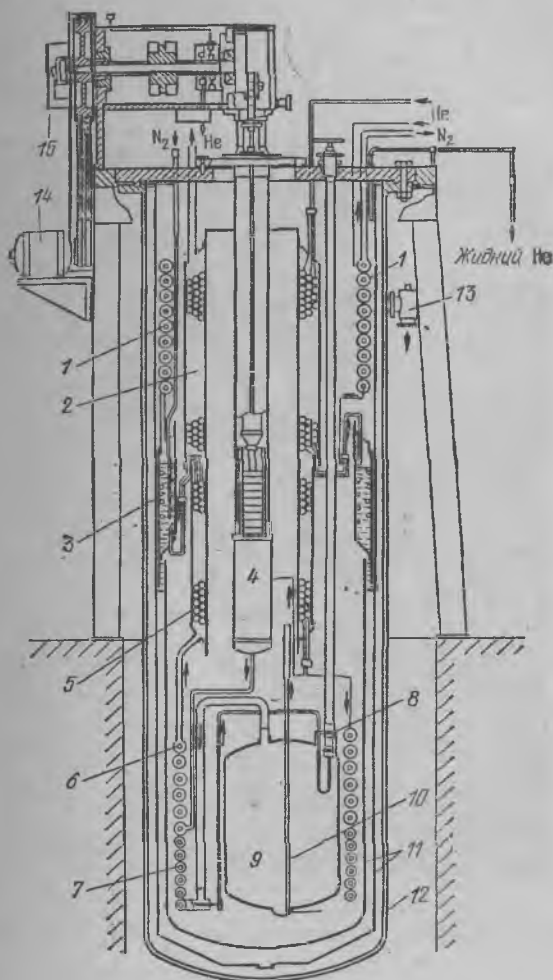


Рис. 4.4. Схема ожижителя гелия: 1, 2, 3, 5, 6, 7 — теплообменники, в которых прямой поток охлаждается парами гелия и азота (1 и 2), жидким азотом (3), обратным потоком гелия после детандера и дросселя (5, 6) и обратным потоком после дросселя (7); 4 — детандер; 8 — регулируемый дроссель; 9 — сборник жидкого гелия; 10 — труба слива гелия; 11 — экраны, охлаждаемые жидким азотом; 12 — вакуумно плотный кожух; 13 — патрубок откачки теплоизолирующего кожуха; 14 — электрогенератор; 15 — система передачи движения от детандера к генератору и коробка клапанов детандера.

машин явилось значительным событием. С их помощью можно не просто получать жидкий гелий, но делать это без больших затрат. Стоимость ожижения литра гелия исчисляется десятками копеек, что делает его доступным практически для любой физической лаборатории.

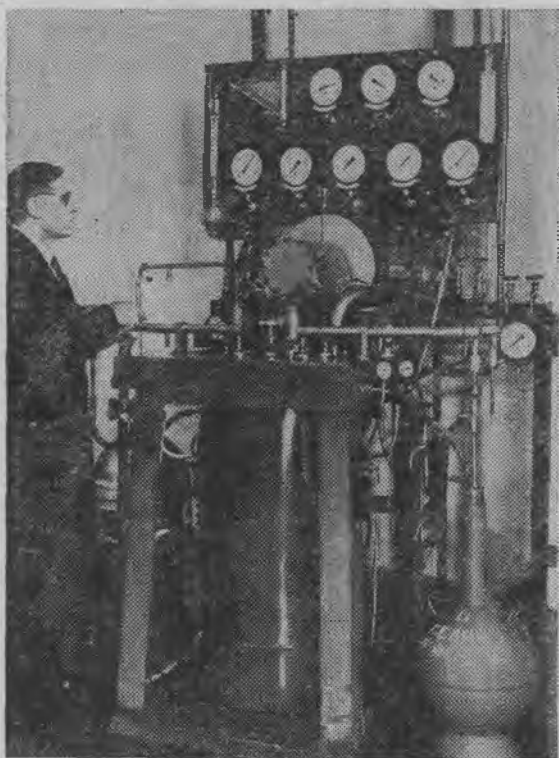


Рис. 4.5. Гелиевый ожижитель производительностью 40 л/ч.

Получить жидкий гелий мы получили, а теперь надо суметь сохранить его подольше. Эта задача тоже не простая — ведь разность температур между комнатой и жидкостью почти 300 К! Вылить гелий на пол — это почти то же, что воду на раскаленную сковородку, только для гелия дело обстоит еще хуже — ведь его теплота испарения в сотню раз меньше, чем у воды, и составляет всего

$\sim 20$  Дж/г. А так как плотность жидкого гелия очень мала ( $\sim 0,15$  г/см<sup>3</sup>), то, чтобы испарить литр гелия, достаточно подвести к нему  $3 \cdot 10^3$  Дж.

Чтобы лучше почувствовать, что это за величина, сделаем следующее сравнение. Известно, что человек в день должен съесть такое количество пищи, чтобы, сгорая в его организме, она выделяла  $3 \cdot 10^3$  килокалорий в сутки, что соответствует средней мощности теплового потока 150 Вт. Это тепло идет на поддержание разности температур между телом ( $36-37$  °С) и окружающей средой. Из этих данных мы получаем такую оценку: если разность температур порядка  $10$  °С (т. е. при  $25-30$  °С, когда можно долго оставаться без одежды), то благодаря естественной конвекции воздуха между объемом  $\sim 50$  л (это и есть объем человека массой 50 кг) и окружающей средой возникает тепловой поток  $\sim 150$  Вт. Если бы такая тепловая мощность подводилась к пятидесятилитровому сосуду с жидким гелием, то каждые полминуты испарялось бы по литру жидкости! А ведь даже чтобы сохранить теплообмен на этом уровне, нужны уже очень серьезные меры — вспомните, сколько одежды приходится на себя одевать в сильные морозы, чтобы при разности температур в  $\sim 50$  К не замерзнуть. А для гелия никакие шубы не помогут.

Дело вот в чем. Любые сплошные материалы обладают теплопроводностью. Хуже всех других веществ тепло проводят стекла и полимерные материалы, у которых при  $T = 300$  К удельная теплопроводность  $\sim 10^{-2}$  Вт/см·К. Удельная теплопроводность — это величина, с помощью которой можно записать для потока тепла  $Q$  уравнение \*)

$$Q = \kappa \frac{S}{l} (T_2 - T_1), \quad (4.5)$$

в котором  $S$  — поперечное сечение,  $l$  — длина теплопровода, а  $T_2$  и  $T_1$  — температуры на его концах.

Попробуем соорудить одежду, например, из фторопласта с  $\kappa \approx 3 \cdot 10^{-3}$  Вт/см·К. Из уравнения (4.5) получим, что его толщина должна составить

$$l = \kappa S (T_2 - T_1) / Q. \quad (4.6)$$

---

\*) Сравните с выражением для электрического тока  $I = \sigma \frac{S}{l} U$ .

Поток тепла — аналог тока; разность температур — напряжения, а удельная теплопроводность играет ту же роль, что и удельная электропроводность.



Подставим сюда  $Q = 150$  Вт,  $S \approx 10^4$  см<sup>2</sup>,  $T_2 - T_1 = 10$  К и получим  $l = 2$  см. Весить такая одежда будет около 20 кг — тяжеловато! К тому же мы вели расчет для лета, а не для зимы. Что касается одежды, то люди давным-давно нашли выход чисто эмпирическим путем, подражая природе и используя пористые или волокнистые материалы.

В чем смысл такого решения? Рассмотрим, например, шерсть. Ее плотность равна  $\sim 100$  г/дм<sup>3</sup>, но плотность составляющих ее волосков в десяток раз выше. Значит, на 9/10 шерсть как теплоизоляционный материал состоит из воздуха. А теплопроводность воздуха мала — при  $T = 293$  К она равна  $\sim 2,5 \cdot 10^{-8}$  Вт/см $\cdot$ К. Вот и у шерсти она имеет примерно такую же величину. Оценка (4.6) для толщины одежды сохраняется, но теперь ее масса уже куда меньше — всего около 2 кг. А если материал не облегает плотно тело, то добавляется еще слой теплоизоляции — воздух между телом и одеждой и в прослойках между деталями туалета. Это позволяет еще в несколько раз уменьшить массу одежды и довести ее до нескольких сотен граммов. Нет ли здесь противоречия — зачем человеку при помощи воздуха устраивать теплоизоляцию от воздуха же? Дело в том, что теплопередача в свободном пространстве осуществляется конвекцией. Но в узких зазорах из-за трения конвекция срывается, а без нее теплопередача от горячих мест к холодным очень мала.

Вернемся теперь к гелию. Легко догадаться, что для него пористая изоляция не годится — воздух из атмосферы сконденсируется там, где  $T < 80$  К, и заполнит все поры. Очевидно, что при этом изоляция перестанет работать — достаточно вспомнить, что мокрая одежда не греет. Значит, по крайней мере ближайшая к гелию часть термоизоляции должна быть из сплошного материала. Потребуем, чтобы к нашему объему 50 л приток тепла не превышал 10 Вт — тогда налитый в сосуд гелий будет сохраняться не полчаса, а хотя бы часов пять. Пусть наш сосуд изготовлен из фторопласта и температура его наружной стенки  $\sim 100$  К. Среднее значение  $\kappa$  при  $4,2 \leq T \leq 100$  К равно  $\sim 10^{-3}$  Вт/см $\cdot$ К. Применим опять формулу (4.6), и для толщины стенки получим  $\sim 10^{-3} \cdot 10^4 \cdot 10^2 / 10 \approx 100$  см! Такой сосуд будет иметь массу несколько тонн, и чтобы его охладить предварительно до нужной температуры, потребовалась бы не одна сотня тысяч литров жидкого гелия.

Итак, нам остается единственный выход — использовать для теплоизоляции пустоту. Выход прекрасный, но

цена его высока, так как вакуумная техника предъявляет очень серьезные требования к конструкции приборов, их изготовлению и работе с ними. Впрочем, простейший криостат не так уж сложен. Его разрез показан на рис. 4.6, а. В нем без труда можно узнать обычный стеклянный термос. Такой криостат в конце прошлого века изобрел Джеймс Дьюар, и он так и называется: сосуд Дьюара. Это два вставленных друг в друга подобных стеклянных сосуда, пространство между которыми откачивается до глубокого вакуума. Так как в промежутке между стенками ничего нет, то тепло может передаваться от теплой к холодной стенке только одним путем — лучеиспусканием.

Чтобы узнать, сколько тепла может быть передано излучением, надо  $dI(x)$ , даваемое формулой (2.16), просуммировать по всем возможным значениям  $x$  от 0 до  $\infty$  и по всем направлениям, по которым может распространяться излучение (напомним, что формула (2.16) написана только для направления по нормали к поверхности). Суммирование функции от  $x$  по всем значениям аргумента даст просто число, значит, полная излучаемая мощность

$$I_{\text{полн}} = \sigma T^4 S, \quad (4.7)$$

где  $\sigma$  — так называемая постоянная Стефана — Больцмана, равная  $5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>. Подставим  $S = 400$  см<sup>2</sup> (считаем, что наш сосуд имеет форму шара объемом  $\sim 1$  л) и  $T \approx 300$  К, и получим  $I_{\text{полн}} \approx 25$  Вт. Это все еще слишком много, надо принимать какие-то меры.

Вспомним наши рассуждения об излучении антенны (глава 3): реально излучается энергии меньше, чем черным телом, в той же пропорции, в которой падающее извне

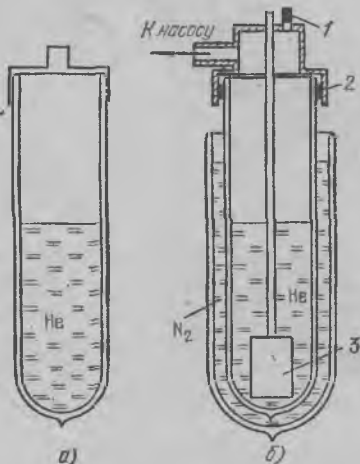


Рис. 4.6. Схема устройства простого стеклянного сосуда Дьюара (а) и двойного криостата (б): 1 — отверстие для заливки жидкого гелия, закрытое резиновой пробкой; 2 — резиновое кольцо, служащее для вакуумного уплотнения; 3 — охлаждаемое устройство.

излучение поглощается. Это подсказывает выход: надо стенки сосуда Дьюара сделать зеркальными, чтобы почти все излучение отражалось. Тогда, если обозначить буквой  $\epsilon$  степень черноты стенки, т. е. долю поглощаемого зеркалом излучения, то внешняя, теплая стенка будет излучать мощность  $\epsilon I_{\text{полн}}$ , а внутренняя из этого количества поглотит \*)  $\epsilon I_{\text{полн}}/2$ . У зеркал из полированной меди, серебра и т. п. реально коэффициент  $\epsilon \approx 0,05 \div 0,02$ . Если же на стекло нанести пленку серебра, то  $\epsilon \approx 0,1$  и из дьюара, стенки которого изнутри покрыты такой пленкой, испаряемость гелия падает в десятки раз. В таком сосуде гелий уже продержится около часа.

Но испарение гелия можно еще значительно уменьшить, если вставить два сосуда один в другой и во внешний налить жидкий азот (рис. 4.6, б). Тогда приток тепла со стенок уменьшится еще в сотню раз — ведь температура «теплой» стенки сосуда с гелием станет в  $\sim 3$  раза ниже, а  $3^4 \approx 100$ . Этого улучшения мы добились ценой трат на жидкий азот. Но он много дешевле жидкого гелия — расходы на ожижение и разделение воздуха составляют копейки на литр. Второе благоприятное обстоятельство — его теплота испарения  $\sim 2 \cdot 10^5$  Дж/л, т. е. в сто раз больше, чем у гелия. Поэтому имеет смысл идти на усложнения, связанные с добавлением жидкого азота.

Жидкий азот нужен еще и для того, чтобы предварительно охладить прибор. Тратить жидкий гелий на охлаждение внутренней стенки криостата (и всего того, что в него помещает исследователь) от комнатной температуры до гелиевой — слишком накладно. Если же их сначала остудить до  $\sim 80$  К, то расход гелия падает, и не в три-четыре раза, а значительно сильнее, потому что теплоемкость твердых тел сильно уменьшается при охлаждении.

Стеклянные криостаты очень удобны тем, что в них можно заглянуть. Но, к сожалению, у них два серьезных недостатка: из стекла трудно делать сосуды сложной формы и большого объема и оно хрупко. Представьте себе такую картину: вы наливаете в ваш прибор жидкий гелий, и в этот момент в стекле появляется трещина. Такое, к сожалению, бывает. Наверное, вы не раз видели, как разваливаются стаканы, когда в них наливают кипяток. Последствия от этой трещинки могут быть катастрофическими — газ

---

\*) *Задача 7.* Покажите, что поток излучения от теплого к холодному плоскопараллельному зеркалу меньше в  $e/2$  раз, чем между двумя абсолютно черными стенками ( $e \ll 1$ ).

по ней попадает в вакуумную рубашку, теплоприток резко возрастает, гелий мгновенно бурно вскипает, и криостат взрывается. Поэтому сейчас все больше используются криостаты, изготовленные из металлов.

Принципиально металлические криостаты не отличаются от стеклянных. Как они устроены, видно из рис. 4.7. Пожалуй, пояснять тут больше нечего, разве что детали. Ванны для гелия и азота сделаны из полированной меди, потому что ее легко обрабатывать. Но у нее высокая теплопроводность, поэтому вся конструкция подвешена на тонкостенных трубках из нержавеющей стали — материала, плохо проводящего тепло. И еще одно добавление: чтобы вакуум в «рубашке» длительное время оставался высоким, в вакуумных промежутках помещен адсорбент — поглотитель газов. Это может быть, например, активированный уголь, применяемый в противогасах. Из такого криостата, предназначенного для длительного хранения гелия, испаряется всего  $\sim 100$  см<sup>3</sup> жидкого гелия в сутки. Значит, после заполнения, если нужно, его можно отвезти в любое место страны. Кстати, на фотографии рис. 4.5 показана процедура заполнения именно такого криостата. Жидкий гелий из сборника ожижителя переливается в него под давлением газа по дюаровской трубке — т. е. трубке с двойными стенками, пространство между которыми откачано. Да и внутренние части самого ожижителя защищены от потока тепла извне аналогичным образом: они расположены внутри вакуумированного кожуха.

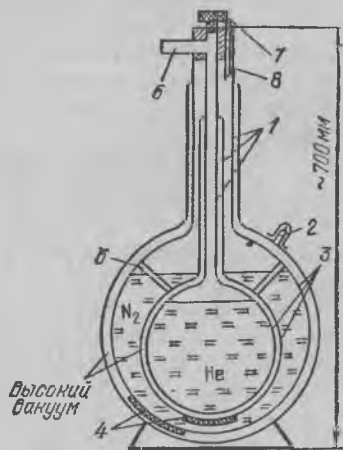


Рис. 4.7. Схема устройства сосуда для хранения и транспортировки жидкого гелия: 1 — тонкостенные трубки из нержавеющей стали; 2 — штуцер вакуумной откачки; 3 — медные полированные сферы, каждая из которых спаяна из двух полусфер; 4 — адсорбент; 5 — трубки, соединяющие между собой вакуумные полости и одновременно служащие распорками; 6 — трубка для выхода испаряющегося гелия; 7 — отверстие для переливания жидкого гелия, закрытое пробкой; 8 — трубка для заливки жидкого азота.

Металлический криостат, оказывается, можно усовершенствовать: уменьшить испаряемость гелия, правда, ценой усложнения конструкции. Для этого надо в вакуумном зазоре поместить много экранов. Делается это так — на внутреннюю часть дьюара наматывается во много слоев тонкая пленка лавсана, покрытого алюминием, или тонкая алюминиевая фольга, проложенная стеклотканью или полимерной пленкой. Почему это помогает? Посмотрим, как влияет на поток тепла от теплой стенки к холодной расположенный между ними экран. Чтобы не усложнять расчеты, будем считать, что все эти предметы имеют одинаковую степень черноты.

Пока нет экрана, поток тепла к холодной стенке (для простоты положим, что ее температура  $T = 0$ ) равен  $Q_0 = \epsilon\sigma T^4/2 = aT^4$ . Когда появился экран, то он стал перехватывать поток  $Q_0$ . Из-за этого он сам нагревается и излучает тепло, однако не в одну, а в две стороны, — к холодной части и обратно к теплой, в каждую сторону  $Q_1$ . Но ведь экран — пассивный элемент, он тепло не генерирует и излучает ровно столько, сколько поглощает. Поэтому  $2Q_1 = Q_0$ , т. е. поток тепла к холодной стенке  $Q_2$  становится в два раза меньше. Если вставить два экрана, то поток тепла уменьшится в три раза \*), ну, а если экранов  $n$ , то  $Q_{\text{хол}} = Q_0/(n + 1)$ . Поэтому, если в вакуумном зазоре криостата разместить порядка 100 экранов, то можно отказаться от жидкого азота. Фактически экранов приходится делать больше — ведь они касаются друг друга, есть поток тепла вдоль пленки, но, тем не менее, удается изготовить безазотные криостаты, которые не хуже тех, в которых используется жидкий азот.

А теперь, когда мы разобрались с тем, как получают жидкий гелий и как удается его хранить, мы можем отправиться в дальнейший путь по направлению к абсолютному нулю.

## ГЛАВА 5

### ЖИДКИЙ И ТВЕРДЫЙ ГЕЛИЙ

Как только в распоряжении физиков появился жидкий гелий, они занялись изучением его свойств и сразу же столкнулись с тем, что он не похож ни на какую другую

---

\*) *Задача 8.* Покажите, что два экрана ослабляют тепловой поток в три раза, а  $n$  экранов — в  $(n + 1)$  раз.

жидкость. Чтобы пояснить, в чем состоит эта непохожесть, надо сначала вспомнить, какие общие свойства имеют жидкости. Возьмем, например, воду. Построим (рис. 5.1) зависимость давления насыщенных паров  $P_{\text{нас}}(T)$  и назовем получившуюся кривую линией жидкость — пар. Назвали мы ее так по той причине, что она разграничивает области существования жидкой и газовой фаз: если при заданной температуре

давление  $P > P_{\text{нас}}$ , то мы имеем жидкость, при  $P < P_{\text{нас}}$  — газ, а при  $P = P_{\text{нас}}$  можно наблюдать

расслоение фаз — внизу собирается вода, а над ней находится пар. При повышении температуры давление пара, а с ним и его плотность, растут, а плотность жидкости из-за теплового расширения падает. Рано или поздно они уравниваются, и при этой температуре линия жидкость — пар обрывается. Это и есть критическая точка. Если  $T > T_{\text{к}}$ , то сколько газ ни сжимай, жидкости не получить. При понижении температуры, когда она становится равной  $0^\circ\text{C}$ , вода замерзает. И тут линия жидкость — пар переходит в линию твердое тело (лед) — пар. Эта линия продолжается и при  $T > 0^\circ\text{C}$  — она разграничивает области твердое тело — жидкость, а при  $T > T_{\text{к}}$  — твердое тело — газ. Для нее не может возникнуть своей критической точки, так как твердое тело качественно отличается от газа: в нем есть порядок, задаваемый периодическим расположением атомов в кристаллической решетке.

Итак, что мы имеем? На фазовой диаграмме (см. рис. 5.1) есть особая точка, называемая тройной. В ней граничат сразу три фазы: твердая, жидкая и газообразная, и их все три можно наблюдать одновременно. Тройная точка

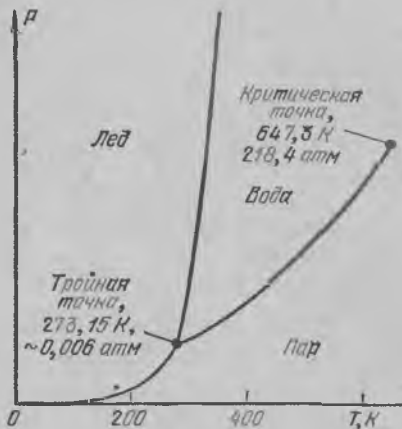


Рис. 5.1. Диаграмма состояния воды\*).

\*) Фактически диаграмма состояния воды выглядит несколько иначе: от тройной точки линия лед—вода идет сначала влево. Но такое поведение — редчайшее исключение, и это сейчас для нас неважно.

есть у всех веществ, так что если начать откачивать пары жидкости, то при достаточно малом притоке тепла ее температура начнет падать, и наконец вещество затвердеет. По-видимому, Камерлинг-Оннес ожидал, что это произойдет и с гелием, когда впервые в мире он стал откачивать пары полученной им новой жидкости. То, что предстало его взору, мы можем описать совершенно точно, так как такую же картину с тех пор сотни раз видел любой исследователь, работающий с жидким гелием. Итак, первоначально давление паров равно атмосферному, температура 4,2 К, и жидкость спокойно кипит, так как благодаря излучению к ней неизбежно подводится тепло. Видно много мелких пузырьков, которые отрываются от стенок и всплывают вверх. Начинаем откачку \*). Кипение становится более интенсивным, так как теперь с паром уносится и та энергия, которая связана с теплоемкостью жидкости. Вдруг при давлении  $\sim 40$  мм рт. ст. (температура  $\sim 2,17$  К) кипение мгновенно прекращается, все пузырьки исчезают и гелий становится совершенно прозрачным. Что-то произошло, но он остался жидким. Хорошо видна его свободная поверхность и мениск возле стенки. Если качнуть прибор, то гелий начинает колебаться и не успокаивается очень долго.

Продолжим откачку. Камерлинг-Оннесу в первых опытах удалось добраться до температуры 1,4 К, через десять с лишним лет до 0,8 К, т. е. до температуры в семь раз ниже критической, но гелий все еще оставался жидким. А ведь для водорода, например, тройная точка лежит при  $\sim 14$  К, критическая — при  $T_k \approx 33$  К, различие всего лишь в два с небольшим раза. Сейчас ученые добрались уже до тысячных кельвина, и картина та же, и нет никаких сомнений, что вплоть до абсолютного нуля с парами гелия граничит жидкость. Значит, у гелия нет тройной точки! Это — единственное вещество, обладающее таким свойством. Нарисуем фазовую диаграмму гелия, на которую мы уже можем нанести линию пар — жидкость (рис. 5.2) и пометить на ней особую точку, в которой прекратилось кипение при  $\sim 2,17$  К.

Итак, сразу два необычных явления видно буквально невооруженным глазом. Надо понять, почему гелий перестал кипеть и почему он не становится твердым. Объяснить,

---

\*) Именно для того, чтобы можно было вести откачку, показанный на рис. 4.6, б криостат закрыт вакуумно плотной крышкой, а к боковому патрубку присоединяется трубка, ведущая к насосу.

почему гелий не затвердевает, можно, если воспользоваться законом квантовой механики, называемым «принцип неопределенности». Попробуем объяснить, что это такое, исходя из того, что мы знаем о микромире.

Одна из основных характеристик любого тела — его размеры. Для атомов их можно измерить многими способами. В основе одного из них лежит изучение рассеяния атомов друг на друге — вспомните, как Резерфорд измерял размеры ядер! Только в этом случае техника значительно проще — ведь в любом газе атомы благодаря тепловому движению непрерывно сталкиваются и «информируют» друг друга о своих диаметрах. Поэтому, измерив, например, скорость диффузии, можно вычислить размеры атомов. Не будем вдаваться в подробности таких измерений, а воспользуемся справочником и выпишем из него интересующие нас величины в таблицу.

Мы видим, что диаметры атомов хотя и не слишком сильно, но отличаются друг от друга. При этом очевидно, что вариации размеров не связаны прямо ни с числом электронов, ни с атомной массой.

Любой атом состоит из очень маленького ядра и движущихся вокруг него электронов. Электроны в своем движении как бы размазаны в объеме атома, и именно они определяют его диаметр. Чем больше атом, тем, в среднем, дальше электроны от ядра. Можно ожидать, что чем дальше

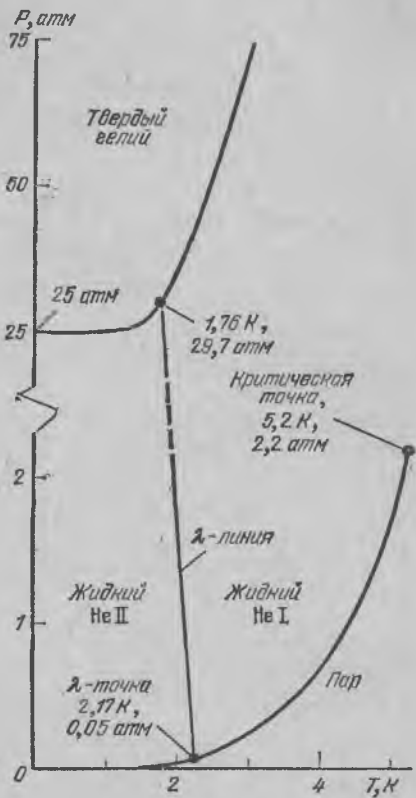


Рис. 5.2. Диаграмма состояния гелия (по оси y для наглядности масштаб в верхней части рисунка сжат).



от центра, тем меньше надо добавить энергии, чтобы оторвать электрон от атома. Такой процесс, называемый ионизацией, хорошо изучен. Он полностью аналогичен фотоэффекту, и так же, как порог фотоэффекта, порог ионизации  $E_{и}$  может быть измерен по появлению электрического тока через газ при его освещении видимым или ультрафиолетовым светом. Эти значения энергии мы выписали в таблице, и, действительно, легко заметить, что чем меньше  $E_{и}$ , тем больше  $d$ .

Атом	He	Li	Ne	Na	Ar	Cs
$d, \text{ \AA}$	2,25	3,2	2,2	4,1	3,1	6,8
Число электронов	2	3	10	11	18	55
Относительная атомная масса	4	7	20	23	40	133
Энергия ионизации $E_{и}, \text{ эВ}$	24,6	5,4	21,6	5,1	15,8	3,9
$p = \sqrt{2m E_{и}},$ $10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{ м/с}$	2,7	1,2	2,5	1,2	2,2	1,05
$d \cdot p, 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{ с}$	5,9	3,9	5,8	4,8	6,4	7

Можно, оказывается, установить очень простую связь между этими величинами. Для этого воспользуемся аналогией с искусственными спутниками Земли. Чтобы спутник находился на стационарной орбите с радиусом  $R$ , нужно, чтобы сила тяготения  $\gamma \frac{m_{сп} M_3}{R^2}$  создавала центростремительное ускорение  $v^2/R$ . Это требование можно записать и так:

$$m_{сп} v^2 = \gamma m_{сп} \frac{M_3}{R}. \quad (5.1)$$

Что здесь стоит справа? Это просто взятая с обратным знаком потенциальная энергия  $U_{сп}$  спутника в поле тяжести Земли \*), если считать  $U_{сп} = 0$  при  $R \rightarrow \infty$ . Значит, можно

\*)  $U_{сп} < 0$ , что соответствует притяжению его к Земле: чем ближе к ее центру, тем его потенциальная энергия меньше. Формула для потенциальной энергии в поле тяжести аналогична формуле для энергии в электростатическом поле, так как в обоих случаях сила пропорциональна  $1/R^2$ .

написать и так:

$$\frac{m_{\text{сп}}v^2}{2} = \left| U_{\text{сп}} + \frac{m_{\text{сп}}v^2}{2} \right|, \quad (5.2)$$

т. е. на стационарной орбите по абсолютной величине кинетическая энергия равна полной энергии спутника. Другими словами, это и есть энергия связи, или, в случае атома, — энергия ионизации.

К этому и сводится аналогия. Электрон в атоме движется, и будем считать, что в среднем кинетическая энергия этого движения равна по модулю энергии связи. Тогда мы немедленно получим, что электрон имеет импульс, модуль которого равен

$$|p| = \sqrt{2mE_{\text{и}}}. \quad (5.3)$$

Вычислить его нетрудно, и эти числа приведены в таблице (с. 48). А теперь, перемножив  $d$  и  $p$ , получим, что для всех атомов это произведение с точностью  $\sim 10$ — $20$  % одно и то же, и оно близко к значению одной из основных мировых констант — постоянной Планка  $h = 6,062 \cdot 10^{-34}$  Дж  $\cdot$  с. Но, может быть, это случайное совпадение, не имеющее глубокого смысла? Можем проверить это на ионах. Вот, к примеру, литий: если от него оторвать один электрон, то его радиус становится равным  $\sim 0,6$  Å. Зато оставшиеся электроны связаны с ядром значительно сильнее — чтобы удалить второй электрон, нужна уже энергия  $\sim 76$  эВ. Возьмем эти два числа и вычислим, исходя из них  $d \cdot p$ . Получим  $5,8 \cdot 10^{-34}$  Дж  $\cdot$  с! Не будем приводить других примеров — можете поверить, что для всех атомов и ионов результат будет неизменным: произведение

$$d \cdot p \approx h. \quad (5.4)$$

Это соотношение подводит нас к одному из фундаментальных законов природы — знаменитому принципу неопределенности Гайзенберга, который можно сформулировать так: ограничение области, в которой может пребывать частица, обязательно приводит к тому, что она приобретает импульс, а с ним и кинетическую энергию. «Стенки» в микромире создаются полями других частиц. Для атома, например, это электрическое поле ядра, притягивающее электроны: Поле не обязательно имеет сферическую симметрию, поэтому и область, где расположена частица, может иметь совершенно разные размеры в разных направлениях. Это заставляет говорить о  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компонентах координаты

и импульса, что находит выражение в математической форме, в которой представляется принцип неопределенности:

$$x \cdot p_x \approx y \cdot p_y \approx z \cdot p_z \approx \hbar = h/2\pi. \quad (5.5)$$

Остается формулу (5.5) сделать еще немного более общей. Дело в том, что область, в которой расположена частица, сама может двигаться. Например, это может быть движение атома вдоль оси  $x$ . Тогда координата атома меняется во времени, но ведь это не означает, что меняются его размеры. Поэтому вместо  $x$  и  $p_x$  надо говорить об их неопределенности  $\Delta x$  и  $\Delta p_x$  — это и будут присущие самому атому размер и импульс — и тогда (5.5) приобретает вид

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \Delta y \cdot \Delta p_y \approx \Delta z \cdot \Delta p_z \approx \hbar. \quad (5.5')$$

Поля, ограничивающие область, где находится частица, могут иметь совершенно различную физическую природу и конфигурацию, поэтому в (5.5) нельзя приближенные равенства заменить на точные, введя какой-нибудь численный множитель, годный для всех случаев. Поэтому соотношение неопределенностей не годится для точных вычислений, но для оценок мы можем его смело использовать, и сильно при этом не ошибемся.

Еще раз: согласно принципу неопределенности нельзя точно сказать, где находится электрон. Но ведь это означает, что нельзя точно сказать, какие размеры имеет атом. Его границы «размыты», и в зависимости от способа измерения диаметры атомов будут получаться немного разными. Можно пойти и дальше — от атома к молекуле, от молекулы — к твердому телу, и на каждом шагу неизбежен логический вывод о неопределенности размеров любого тела, так как оно составлено из частей, не имеющих точного размера.

Неопределенность размеров тела легко оценить. Энергия связи составляющих его частиц равна теплоте испарения. Если для последней положить  $q \approx 10^3$  К/атом, то для моля энергия связи  $Q = qN$ , соответствующий импульс  $p \approx \sqrt{2MqN} \approx 3 \cdot 10^4$  кг·м/с (мы положили  $M \approx 20$  а. е. м). Применив формулу (5.5') и считая, что  $\Delta p$  не больше самого  $p$ , получим  $\Delta x \approx 3 \cdot 10^{-38}$  м. Это очень малая величина, которая настолько превосходит точность, с которой мы умеем измерять размеры, что для макроскопических тел мы можем забыть про неопределенность.

Почему получился такой результат? Основное, что отличает большой предмет от маленького — это его масса. А что, если масса еще меньше, чем у электрона? Такие тела есть — это фотоны. У них масса определяется формулой Эйнштейна  $E = mc^2$ , т. е.  $m = E/c^2 = \hbar\omega/c^2$ , а импульс  $p = mv = \hbar\omega/c$  (для фотона  $v \equiv c$ ). Во второй главе мы пользовались волновым вектором  $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$  ( $\lambda$  — длина волны). С его помощью можно записать  $p = \hbar k$ .

Единственный размер, который имеет электромагнитная волна — это ее длина. Подставим ее в это равенство и получим  $p \cdot \lambda = 2\pi\hbar$ . Так ведь это то же самое, что дает соотношение неопределенностей для атома! Совпадение отнюдь не случайное, оно раскрывает еще один смысл, заложенный в соотношении неопределенностей: это есть закон, стирающий непереходимую грань между волной и камнем, заменяя различие качественное — количественным. И так же, как мы пишем для волны  $p = \hbar k$ , можно частице сопоставить волновой вектор  $k = p/\hbar$ . Это не просто формальное определение: дифракция и интерференция электронов — явления, характерные для волн, — уже давно и хорошо известный экспериментальный факт.

О соотношении неопределенностей можно говорить долго, но для нас сейчас особенно важна вот какая сторона дела: согласно этому закону, если область движения частицы ограничена, то ее импульс не может стать равным нулю, т. е. никогда не может быть достигнут абсолютный покой. Даже при  $T = 0$  остается движение, но уже не тепловое, а квантовое. В атомах это движение электронов на своих орбитах, в макроскопических телах — колебания атомов относительно друг друга, которые так и называются «нулевые колебания». Какова их энергия, обычно нетрудно оценить.

Для примера вычислим энергию нулевых колебаний маятника. Пусть их амплитуда  $\Delta x$ , тогда изменение высоты  $\Delta h = (\Delta x)^2/l$  (см. рис. P.2 в решениях), и максимальная потенциальная энергия  $mg\Delta h = mg(\Delta x)^2/l$ . Она равна максимальной кинетической энергии, а для средней кинетической энергии можно написать  $\frac{\overline{p^2}}{2m} = \frac{1}{2} mg(\Delta x)^2/l$ . Неопределенность импульса в этом случае — это просто  $|p|$  и, подставив  $\Delta x$  из формулы  $p \cdot \Delta x \approx \hbar$ , получим  $\frac{p^2}{4m^2} \approx \frac{\hbar^2}{4} \frac{g}{l}$ , т. е.  $E_0 = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{\hbar\omega}{2}$ . Это и есть та

самая половинка, которую мы писали в формулах для уровней энергии маятника в главе 2. Расчет показывает, что  $E_0$  точно равно  $\frac{\hbar\omega}{2}$ .

Однако какое отношение принцип неопределенности имеет к тому, что гелий не замерзает? Давайте разберемся.

Можно сказать, что конденсация вещества — это процесс ограничения области пространства, отводимой каждой из частиц. Значит, при конденсации должна увеличиваться (!) кинетическая энергия атомов. Велико ли это увеличение? Подсчитаем для жидкого гелия: при  $T = 0$  его плотность  $0,145 \text{ г/см}^3$ , атомная масса 4. На один атом приходится объем  $V = M/\rho N \approx 4 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3$ . Значит, диаметр занимаемой атомом области  $d = (6V/\pi)^{1/3} \approx 4,5 \text{ \AA}$ . А так как  $p \cdot d \approx h$ , то энергия нулевых колебаний атомов гелия имеет величину порядка

$$E_0 \approx p^2/2Md^2 \approx 1,4 \cdot 10^{-22} \text{ Дж.} \quad (5.6)$$

Эта энергия в шкале температур соответствует 10 К. Для плавления твердых тел все равно, какая причина заставляет колебаться атомы — тепловое движение или законы квантовой механики. Поэтому-то жидкий гелий и не кристаллизуется: его охлаждение от температуры кипения до абсолютного нуля почти не изменяет кинетическую энергию. Это обстоятельство и послужило причиной того, что жидкий гелий стали называть квантовой жидкостью, подчеркивая то громадное влияние, которое оказывают на его свойства законы микромира.

У водорода энергия нулевых колебаний еще выше, чем у гелия, но зато и взаимодействие молекул значительно сильнее, так что он уже кристаллизуется. Ну, а для всех других веществ нулевые колебания вообще слабо сказываются на их фазовых превращениях.

Твердый гелий получить все же удалось. В принципе это оказалось не очень сложным — нужно было только приложить к жидкому гелию давление  $\sim 30 \text{ атм.}$ , и он кристаллизовался. Впервые такой эксперимент осуществил Кеезом, долгое время работавший вместе с Камерлинг-Оннесом и продолживший его дело. Он очень много сделал для понимания свойств гелия.

Почему же гелий под давлением кристаллизуется? При наложении давления плотность растет, и расстояние между атомами уменьшается. С одной стороны, из-за этого увеличивается кинетическая энергия атомов, как мы уже знаем,

пропорционально  $1/a^2$ . Но, с другой стороны, значительно быстрее возрастает энергия взаимодействия — притяжение между атомами. И все тот же принцип неопределенности поможет нам ее подсчитать.

Начнем с простой картинкой. Атом гелия сферически-симметричен. Это значит, что в среднем по времени электрон «размазан» по сфере с центром, совпадающим с положением ядра. То, что электрон находится в состоянии непрерывного движения, для рассматриваемой сейчас задачи пока не играет роли, и мы можем считать, что атом устроен так: в центре точечный положительный заряд  $+2e$ , который

окружен равномерно распределенным по сфере с радиусом  $r$  отрицательным зарядом (рис. 5.3). Поместим этот атом во внешнее электрическое поле  $E$ . Оно будет стремиться раздвинуть заряды, так что центр электронного облака сместится в новое положение на небольшую величину  $x$ , если поле  $E$  не слишком велико. Это явление называется поляризацией атома. Так как поляризация нарушает симметрию атома, то возникает сила кулоновского притяжения между зарядами, — ядром и дважды заштрихованной на рис. 5.3 областью электрона — препятствующая деформации. Порядок величины этой силы нетрудно оценить \*). Если приравнять ее внешней силе  $2eE$ , то получится для смещения

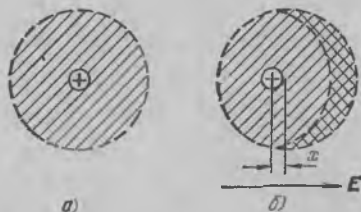


Рис. 5.3. Модель атома гелия (а) и тот же атом во внешнем электрическом поле (б). Заштрихована область, в которой расположен отрицательный заряд. Двойной штриховкой показана та часть электронного облака, которая создает возвращающую силу.

$$x = \alpha E / e \approx r^3 E / 6e. \quad (5.7)$$

(Появившаяся здесь величина  $\alpha$  называется поляризуемостью атома.)

Смещение, как видно, очень мало. Например, при поле  $E = 1 \text{ CGSE}$  (т. е.  $300 \text{ В/см}$ ) оно составляет всего  $\sim 10^{-15} \text{ см}$ .

Теперь займемся собственно расчетом энергии взаимодействия двух атомов (не обязательно атомов гелия) друг

\*) *Задача 9.* Оцените силу и энергию взаимодействия положительного и отрицательного зарядов при их взаимном смещении на  $x$ . Считать  $x \ll r$ , где  $r$  — радиус атома.

с другом. Это взаимодействие называется взаимодействием Ван дер Ваальса, а силы, притягивающие атомы друг к другу, — силами Ван дер Ваальса.

Для этого расчета несколько видоизменим нашу модель. Хорошо известно, что электрическое поле вне заряженной сферы точно совпадает с полем точечного заряда. Поэтому соседние атомы, которые реагируют только на электрические поля, создаваемые друг другом, можно считать такими, как показано на рис. 5.4: это точечные положительный и отрицательный заряды, расположенные на расстояниях  $2x_1$  (или  $2x_2$ ) и связанные пружинкой. Такие образования называются диполями. Энергия их взаимодействия между собой — это сумма энергий взаимодействия каждого точечного заряда одного из диполей с точечными зарядами другого.

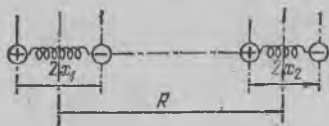


Рис. 5.4. К расчету энергии взаимодействия двух атомов.

Если учесть, что  $R \gg x_1, x_2$  (что, очевидно, всегда выполняется, ведь  $R > 2r$ , а как мы видели чуть раньше,  $r \gg x$ ), то нетрудно получить \*)

$$U_{вз} = -\frac{8e^2 x_1 x_2}{R^3}. \quad (5.8)$$

Теперь вспомним, что никакого внешнего поля нет. Поэтому поляризация атомов возникает как следствие их взаимодействия. Происходит это так: если нарушается симметрия одного (например, первого) из атомов, то это приводит к появлению поля, действующего на второй атом. Это поле в точке, где расположен второй атом, имеет величину

$$E = -\frac{e}{(R-x_1)^2} + \frac{e}{(R+x_1)^2} \approx -\frac{4ex_1}{R^3}.$$

Из формулы (5.7) получим, что  $x_2 = 4x_1 a / R^3$  и

$$U_{вз} = -\frac{32ae^2}{R^6} x_1^2. \quad (5.9)$$

Остается вычислить квадрат смещения центра электронного облака от центра ядра. Вероятно, уже не нужно объяснять,

\*) *Задача 10.* Покажите, что энергия взаимодействия двух диполей выражается формулой (5.8).

что мы можем написать для нашей модели с пружинкой

$$\frac{p^2}{2m} \approx \frac{e^2 x_1^2}{\alpha}, \quad (5.10)$$

где справа — потенциальная энергия взаимодействия зарядов в атоме \*). А теперь пишем  $p \cdot x \approx \hbar$  и находим  $x_1$  и энергию Ван дер Ваальса:

$$U_{вз} = -\frac{32\hbar e \alpha \sqrt{\alpha}}{R^6 \sqrt{2m}} = -\frac{\beta}{R^6}. \quad (5.11)$$

Не стоит считать, что за число получится отсюда для атомов гелия в жидкости, так как их взаимодействие не парное, а у каждого атома много соседей. Собственно, нам нужно только знать, что потенциальная энергия  $U_{вз}$  пропорциональна  $R^{-6}$ , т. е. при уменьшении межатомного расстояния она растет значительно быстрее, чем кинетическая  $E_0$ , которая обратно пропорциональна квадрату расстояния. Поэтому-то при сжатии благодаря уменьшению межатомного расстояния влияние нулевых колебаний становится относительно более слабым, и гелий затвердевает. Поразительно, однако, что это происходит при давлении всего примерно 30 атмосфер — это ничтожное давление для фазового перехода. В обычных телах такие переходы происходят при давлениях, в тысячи раз больших. Хотя у жидкого гелия и большая сжимаемость, его плотность при этом давлении увеличивается при переходе в твердое состояние всего на 24 %. Значит, межатомное расстояние уменьшается на 8 %, а отношение энергии Ван дер Ваальса к энергии нулевых колебаний увеличивается всего на 32 %.

Силы Ван дер Ваальса, благодаря которым гелий становится кристаллом, зависят от значений мировых постоянных, например, от величины элементарного заряда: вспомним, что поляризуемость  $\alpha \propto r^3$  (см. решение задачи 9). Сам радиус атомов, как нетрудно определить из соотношения неопределенности, есть  $r \approx \hbar^2/mc^2$ . Итак,  $U_{вз} \propto e^{-6}$ . Энергия нулевых колебаний от величины заряда вовсе не зависит, а определяется только массой ядра атома гелия. Поэтому будь, к примеру, заряд электрона меньше всего на несколько процентов, так чтобы  $U_{вз}/E_0$  выросло на те же 32 %, что и при наложении давления, и не было бы чуда природы — жидкости при абсолютном нуле температуры.

\*) См. решение задачи 9.



Вернемся к диаграмме состояния гелия. Линия жидкость — пар на ней уже есть, теперь можно нанести и линию жидкость — твердое тело. И тут появляется еще одно интересное обстоятельство — касательная к этой линии при  $T = 0$  горизонтальна! Обычно давление  $P_{ф.п.}$  при котором происходит фазовый переход, растет с ростом температуры. В начале четвертой главы мы говорили, что давление насыщенного пара  $P_{нас}$  зависит от температуры как  $P_{нас} \propto e^{-q/kT}$ , где  $q$  — теплота испарения, приходящаяся на одну молекулу. Значит, чем больше  $q$ , тем быстрее падает до нуля  $P_{ф.п.}$  при уменьшении температуры. Но для гелия  $P_{ф.п.}$  не падает до нуля и мы неизбежно должны прийти к заключению, что для гелия при  $T \rightarrow 0$  теплота перехода тоже стремится к нулю! Только при этом условии  $q/T$  не будет бесконечно возрастать, а  $e^{-q/kT}$  уменьшаться до нуля.

Собственно, иного нельзя было и ожидать. Ведь если бы внутренняя энергия, например, твердого гелия при  $T = 0$  и  $P = P_{ф.п.}$  была бы хоть чуть-чуть меньше, чем жидкого, то, согласно формуле Больцмана, было бы невозможно наблюдать их одновременно — число атомов гелия в жидкой фазе было бы порядка  $e^{-\infty}$ , т. е. равно нулю.

Отсутствие теплоты перехода было обнаружено давно, и не только по зависимости  $P_{ф.п.}(T)$ , но и прямыми калориметрическими измерениями. И уже начинало казаться, что больше никаких сюрпризов ожидать не приходится. Выяснилось, что это не так, и квантовые свойства гелия, обеспечившие равенство нулю теплоты перехода, послужили причиной еще одного явления, разыгрывающегося на границе жидкого и кристаллического гелия.

Начнем опять издалека. Задумывались ли вы когда-нибудь над тем, почему твердые тела — тверды?

«Твердый», в сущности, означает, что предмет длительно сохраняет свою форму в условиях, когда это и не выгодно с точки зрения достижения минимума энергии. Так, например, горы не растекаются в «лужи», хотя этот процесс должен бы иметь место — ведь при этом уменьшится их потенциальная энергия. Но они стоят уже многие миллионы лет, демонстрируя нежелание переходить в устойчивое состояние. Что должно произойти, чтобы гора растеклась? Очевидно, атомы с ее вершины должны перебраться к подножью. Один из мыслимых путей — их перемещение внутри горы. Однако в твердых телах атомы расположены в узлах кристаллической решетки и поэтому не могут пе-

ремещаться относительно друг друга. Есть и другой путь — атом испаряется с поверхности в одном месте, взяв взаимы энергию у соседей, и конденсируется в другом, возвращая с лихвой свой долг. Для этого процесса нет никаких запретов, и он протекает, но скорость его чрезвычайно мала — ведь плотность паров для горных пород совершенно ничтожна, и заметить изменения формы, связанные с испарением, невозможно.

Итак, неизменность формы в первую очередь связана с наличием теплоты фазового перехода. Если она велика по сравнению с температурой, то мы видим неизменные предметы, если мала, то за вполне обозримое время происходят заметные изменения.



Рис. 5.5. Схема границы жидкость—кристалл: а — атомно гладкая граница; б — атомно шероховатая.

Этим дело не исчерпывается — куски льда, плавающие в воде, все равно твердые, хоть лед при этом и тает. Но процесс этот идет очень медленно, и чем ниже температура фазового перехода, тем, как правило, меньше скорость, с которой он происходит. Чтобы разобраться с этим, нарисуем условно границу жидкость — кристалл (рис. 5.5). Отличие между ними одно: вверху, в жидкости, атомы расположены произвольно, внизу, в кристалле, в строгом порядке. Представим себе, что один атом (он закрашен черным на рис. 5.5) оторвался от кристалла и перешел в жидкость. Но пустым это место не может сохраниться, ведь для образования дыры нужно затратить энергию — если бы дело было иначе, то не было бы ни жидкости, ни твердого тела, а были бы сплошные дыры между атомами, т. е. газ. Поэтому какой-то из ближайших атомов жидкости, скорее всего, займет вакантное место. Но он, конечно же, встанет в ту же самую позицию. Один атом ушел — один пришел, и сколько их было в кристалле, столько и осталось. Другими словами, такой кристалл не может плавиться (или, наоборот, расти) атом за атомом.

Иное дело, если оторвется сразу несколько атомов, расположенных рядом (помечены крестиками). Тогда пришедшие им на смену атомы из жидкости уже могут расположиться беспорядочно — часть кристалла расплавится. Беда только, что вероятность такого согласованного действия атомов крайне мала, и кристаллы растут или разрушаются весьма медленно. Требуется очень сильное нарушение равновесия, например, нагрев значительно выше температуры плавления, — чтобы заметные изменения произошли за небольшое время.

Бывают, правда, случаи, когда кристаллы растут побыстрее и при малом нарушении равновесия. Для этого нужно, чтобы граница выглядела не так, как на рис. 5.5, а, где она гладкая в атомном масштабе, а так, как на рис. 5.5, б. Ее «шероховатость» в этом случае обеспечивается вот чем. Если избыточная энергия, связанная с образованием бугорков и ям, увеличивающих поверхность границы раздела, а значит, и поверхностную энергию, не слишком велика по сравнению с энергией  $kT$ , то такие дефекты границы будут появляться из-за теплового движения. А от ступеньки или от «стенки» ямы уже можно отщеплять всего по одному атому, и главное препятствие росту или исчезновению кристалла исчезает. Но, как видите, чтобы граница стала шероховатой, нужна высокая температура.

А как же твердый гелий? Ведь если поверить всему сказанному, то при абсолютном нуле кристаллы не должны расти. Но и тут дело спасают нулевые колебания, опять именно они определяют кинетическую энергию атомов на границе. И, оказывается, что у кристалла гелия есть грани атомно гладкие — это те грани, на которых атомы на поверхности расположены близко друг к другу. При росте кристалла эти грани остаются все время совершенно плоскими. А другие грани, на которых атомы разнесены друг от друга на большее расстояние \*) — шероховатые, и в их направлении кристалл растет очень быстро, но без всякой огранки. Таким образом, получают кристаллы, имеющие вид как на рис. 5.6. Скругленная форма ребер, так же как и для капли воды, диктуется тем, что есть силы поверхностного натяжения, стремящиеся уменьшить площадь границы.

---

\*) Грань, на которой атомы близки, на рис. 5.6 параллельна границе раздела фаз, а на которой далеки, перпендикулярна ей.

Чем ближе температура к абсолютному нулю, тем быстрее могут расти кристаллы гелия, и скорость их роста ограничивается единственным фактором — инерцией, так как нет ни выделения, ни поглощения тепла. А инерция связана с тем, что плотность твердого гелия выше, чем жидкого, поэтому передвижение границы сопровождается переносом вещества. Допустим, что на плоской границе раздела жидкий — твердый гелий появилась вмятина. Так как из-за нее площадь поверхности становится больше, то силы поверхностного натяжения будут стремиться выровнять границу. Но в тот момент, когда граница станет плоской, движение не прекратится, а будет продолжаться по инерции. Появится выпуклость, силы поверхностного натяжения остановят движение и повернут его вспять. Если трение мало, то такое колебательное движение будет продолжаться долго. Можно сделать такое общее утверждение: если есть упругая сила (в нашем случае поверхностное натяжение), есть инерция и нет больших потерь энергии (т. е. сильного трения), то неизбежно возникновение колебаний после нарушения равновесия. И такие колебания границы жидкость — кристалл гелия удалось наблюдать.



Рис. 5.6. Кристалл гелия, выросший на боковой стенке ампулы с жидким гелием (К. С. Кешишев, А. Я. Паршин, 1980).

Вот как ставился опыт. Кристаллы твердого гелия выращивались в стеклянной ампуле. Подбиралось такое давление, чтобы граница твердой и жидкой фаз проходила примерно посередине ампулы. Для этого пришлось ампулу охлаждать с одного нижнего конца. Благодаря этому вдоль нее температура немного изменялась, и давление, при котором должна происходить кристаллизация, сни-

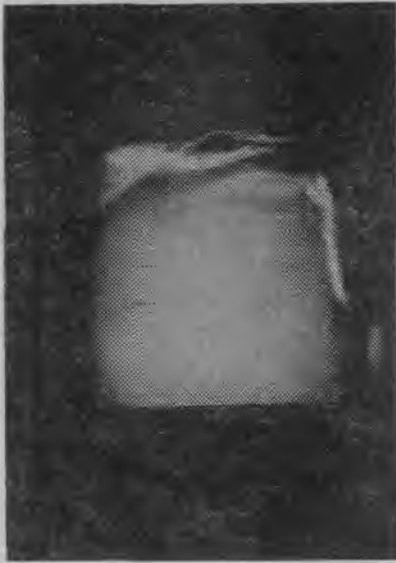


Рис. 5.7. Волны на верхней границе между твердым (светлая область) и жидким гелием (К. С. Кешишев, А. Я. Паршин, 1980).

зу было чуть-чуть ниже, а сверху — чуть больше приложенного давления.

Если температура гелия в этих опытах была выше  $\sim 1$  К, то ничего интересного не было видно, а вот когда она стала  $< 0,5$  К, граница ожила — достаточно было качнуть прибор, и она начинала колебаться так, будто бы это граница между двумя перемешивающимися жидкостями (рис. 5.7). Это колебательное движение, при котором происходит обратимый процесс плавления — кристаллизации, так и было названо: кристаллизационные волны. Наблюдать их можно только

в гелии при температурах вблизи абсолютного нуля.

Твердый гелий оказался очень интересным веществом, столь же не похожим на другие твердые тела, как и жидкий гелий — на другие жидкости, и за ним прочно закрепилось название: «квантовый кристалл».

## ГЛАВА 6

### СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

Пришла пора заняться вопросом о том, что же происходит с гелием ниже  $2,17$  К, когда он перестает кипеть. Не знаю, обратил ли внимание на это явление Камерлинг-Оннес, об этом он в своих работах не писал. Но все же именно он впервые указал, что при этой температуре свойства гелия имеют особенность. Получив жидкий гелий, Камерлинг-Оннес счел своим долгом заняться изме-

рением его параметров, в первую очередь — определением его плотности при разных температурах. Этот эксперимент он осуществил со своим коллегой Боксом.

Делалось это так. В жидкий гелий, находившийся в дьюаре, был погружен стеклянный сосуд — мензурка с известным объемом, к верху которого была подпаяна стеклянная трубка с определенным диаметром и нанесенными делениями (рис. 6.1). К этому сосуду была подпаяна тонкая металлическая трубка-капилляр, которая через крышку, герметично закрывающую дьюар, выходила в комнату.

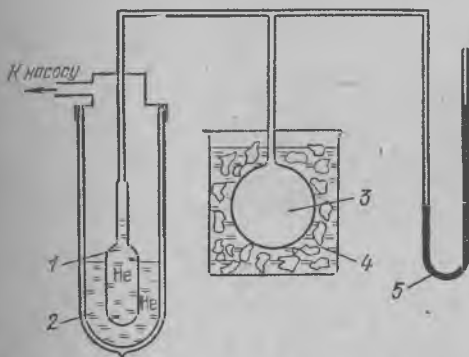


Рис. 6.1. Схема установки для измерения плотности жидкого гелия: 1 — мерный объем; 2 — дьюар с жидким гелием; 3 — сосуд с известным объемом; 4 — ванна с тающим льдом; 5 — ртутный манометр.

Там она была подсоединена к другому сосуду заданного объема, в который напускался газообразный гелий. Его давление измерялось манометром. Полное количество гелия, содержащееся в измерительной системе, определялось до начала опыта по известным давлению, объему и температуре с помощью формулы Менделеева — Клапейрона.

При охлаждении часть гелия конденсировалась в мензурке, и по положению мениска в капилляре можно было определить объем жидкости. По давлению в объеме, оставшемся при комнатной температуре, определялось количество гелия, не перешедшего в конденсат. Ясно, что этих данных было достаточно для вычисления плотности жидкости  $\rho$ . Откачивая пары гелия из дьюара, можно было изменять температуру жидкости и измерить зависимость  $\rho(T)$ ,

приведенную на рис. 6.2. Максимум при  $T \approx 2,2 \text{ К}^*$ , заинтриговал исследователей. Он явно указывал на какое-то качественное изменение, происходящее в гелии при этой температуре. Дело в том, что любое нарушение монотонности изменения физических величин от температуры обязательно связано со скачкообразным изменением в структуре вещества — фазовым переходом. Например, это может быть переход пар — жидкость, жидкость — твердое тело

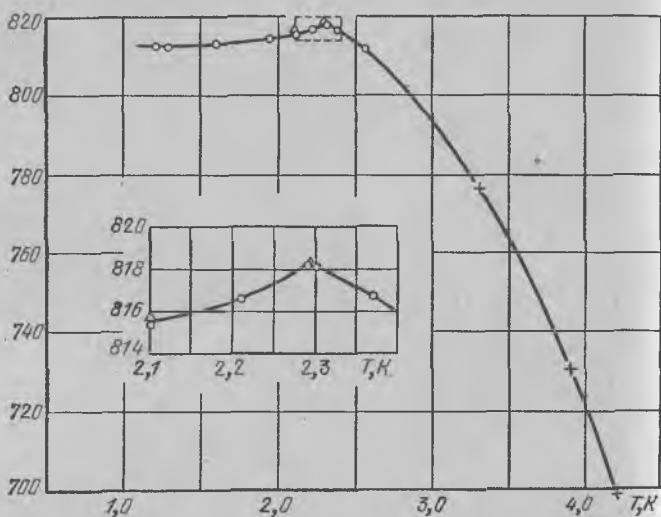


Рис. 6.2. Зависимость плотности жидкого гелия от температуры. По вертикальной оси отложено отношение плотности жидкости к плотности газа при нормальных условиях ( $0^\circ \text{C}$ , 760 мм рт. ст.) (Х. Камерлинг-Оннес и Дж. Д. А. Бокс, 1924).

и т. п. При подобных переходах, называемых фазовыми переходами первого рода, все свойства изменяются скачком: и плотность, и порядок в расположении атомов, и теплоемкость, и коэффициент теплового расширения... Но бывают фазовые переходы и другого типа, при которых, в отличие от первых, плотность, например, изменяется непрерывно, но на зависимости  $\rho(T)$  проявляется излом.

Такие переходы были известны физикам и раньше и получили название фазовых переходов второго рода.

\*) То, что на рис. 6.2 максимум лежит при  $T \approx 2,3 \text{ К}$ , связано с погрешностью измерения низких температур в те времена.

Наблюдались они в твердых телах и были связаны с изменением симметрии их кристаллической решетки. Чтобы пояснить сказанное, рассмотрим такую мысленную модель. Пусть у нас есть плоский кристалл, такой, что при  $T = 0$  его атомы расположены в узлах сетки, составленной из ромбов. Одна такая ячейка сетки изображена на рис. 6.3. Расстояния между атомами вдоль двух взаимно перпендикулярных диагоналей ромба  $l_1$  и  $l_2$  различны. Поэтому, если изменяется температура такого кристалла, то тепловое расширение вдоль этих двух направлений будет происходить с разной скоростью. Пусть зависимость длин диагоналей от  $T$  имеет вид ( $l_{10}$  и  $l_{20}$  — длины диагоналей при  $T = 0$ )

$$l_1 = l_{10} + \alpha_1 T; \quad l_2 = l_{20} + \alpha_2 T.$$

Пусть  $l_{10} > l_{20}$ , но  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Тогда при  $T_{ф.п} = \frac{l_{10} - l_{20}}{\alpha_2 - \alpha_1}$

ромб станет квадратом. Но это качественное изменение: симметрия решетки скачком возрастает — ось второго порядка становится осью четвертого порядка, и вместо двух плоскостей симметрии появляется четыре (см. рис. 6.3). Это сразу же скажется на физических свойствах; в частности, теперь уже оба коэффициента расширения обязаны стать равными, так как диагонали стали неразличимыми. Поэтому при дальнейшем увеличении температуры квадрат будет оставаться квадратом.

В нашей модели площадь ячейки при росте  $T$  изменяется непрерывно (а ей в трехмерном кристалле соответствует объем, приходящийся на атом, или обратная ему величина, пропорциональная плотности  $\rho$ ). Однако при  $T < T_{ф.п}$  и при  $T > T_{ф.п}$  температурные коэффициенты изменения площади различны, а этому соответствует излом на зависимости  $\rho(T)$ .

Конечно, наша модель — мысленная, но в природе подобные переходы действительно наблюдаются. Они могут быть очень разнообразны, существует много способов изменения симметрии. Например, куб можно превратить в ромбоэдр, растянув его за противоположные вершины; в параллелепипед, надавив на две его противоположные

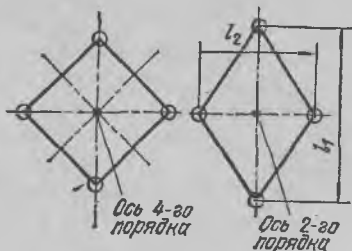


Рис. 6.3. Элементы симметрии квадрата и ромба. Штрих-пунктирные линии — плоскости симметрии.



грани; в четырехгранную призму, потянув вдоль диагонали одной из граней, — и если подобные трансформации происходят с решеткой реального кристалла при изменении температуры, то все это будут фазовые переходы второго рода.

Итак, излом на зависимости  $\rho(T)$  свидетельствовал о наличии такого перехода, при котором бесконечно малое изменение какого-то количества приводит к новому качеству, и ученым предстояло, в первую очередь, проверить, действительно ли это переход второго рода. Этой цели должны были послужить калориметрические измерения. Дело

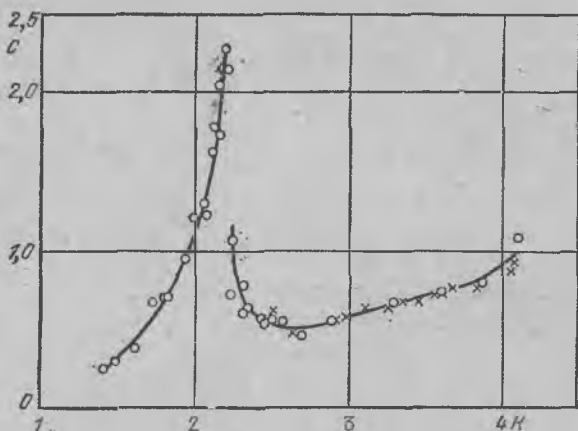


Рис. 6.4. Теплоемкость жидкого гелия (У. Х. Кеезом и Дж. Клузиус, 1932).

в том, что переходы первого рода — за единственным исключением квантового кристалла, о котором мы писали в предыдущей главе, — сопровождаются поглощением или выделением тепла. При переходах второго рода, когда одна фаза переходит в другую непрерывно, теплота перехода отсутствует.

Собственно, даже независимо от этих соображений, надо было измерять тепловые свойства жидкого гелия, именно, его теплоемкость, так как она характеризует тепловое движение. Эти измерения, выполненные впервые Кеезомом и Клузиусом, показали, что теплоты перехода нет, и чрезвычайно убедительно подтвердили присутствие аномалии — при  $T \approx 2,2$  К теплоемкость  $C$  резко возрастала (рис. 6.4). По форме кривой  $C(T)$ , напоминающей греческую букву  $\lambda$ , точка фазового перехода получила название  $\lambda$ -точки.

Последующие измерения гелия под давлением показали, что пока существует жидкая фаза, в ней всегда наблюдается этот переход, так что надо говорить о  $\lambda$ -линии, которую мы нанесем теперь на диаграмму состояния жидкого гелия (см. рис. 5.2). Эта линия разделяет область существования жидкого гелия на две, которые долгое время назывались гелий I и гелий II.

Суть явления все еще оставалась неясной, и чтобы найти разгадку явления, стали измерять подряд все, что возможно. Выбор был не так уж и обширен — кроме плотности и теплоемкости у жидкости есть поверхностное натяжение и давление насыщенных паров. Они были тоже измерены и ничего существенно нового не добавили. Этим, казалось, были исчерпаны термодинамические свойства жидкого гелия. Надо было начинать изучение его теплопроводности, вязкости, может быть, диффузии в нем, т. е. явлений переноса.

То, что с теплопроводностью происходит что-то необычное, стало ясно в ходе опытов по измерению теплоемкости. Как, в принципе, определяется теплоемкость? Берется теплоизолированный объем, заполненный изучаемым веществом, в нем размещаются электронагреватель и термометр сопротивления. Через нагреватель пропускается импульс тока  $I$  длительностью  $t$  выделяющий в нем количество тепла  $\delta Q = RI^2t$ , и измеряется прирост температуры  $\delta T$ . Теплоемкость определяется как  $C = \delta Q / \delta T$ . Но чтобы правильно измерить  $C$ , надо долго ждать — ведь в первый момент нагреется лишь малый объем жидкости вблизи нагревателя, и тепло лишь постепенно благодаря теплопроводности распространится по всему объему калориметра. Поэтому показания термометра, если он расположен близко к нагревателю будут изменяться не монотонно — вначале его температура резко возрастет, а потом опять уменьшится и выйдет на стационарное значение. Такое поведение действительно наблюдалось, но лишь при  $T > T_\lambda$  (рис. 6.5). А при  $T < T_\lambda$  стационарное состояние устанавливалось сразу после прекращения импульса тока. Это говорило о том, что теплопроводность гелия II очень велика.

Чтобы ее измерить, был собран такой прибор: два медных сосуда были соединены между собой тонкой трубкой с диаметром 0,6 мм и длиной от  $\sim 20$  до  $\sim 90$  см (в разных опытах) из материала с плохой теплопроводностью. Сосуды заполнялись жидким гелием, так что столбик жидкости в трубке служил средой, передающей тепло. В одном из

блоков помещался нагреватель, и в обоих — термометры. И опять, как и в предыдущих опытах, создавалось впечатление, что тепло даже по этому длинному и тонкому столбику из гелия II передается практически без сопротивления, и заметной разности температур не наблюдается. Если посмотреть на формулу (4.5), то видно, что такое может быть лишь при очень большом коэффициенте теплопроводности  $\kappa$ , в сотни раз превосходящем его для меди. А вот у гелия I теплопроводность низка, примерно как у газов при обычных

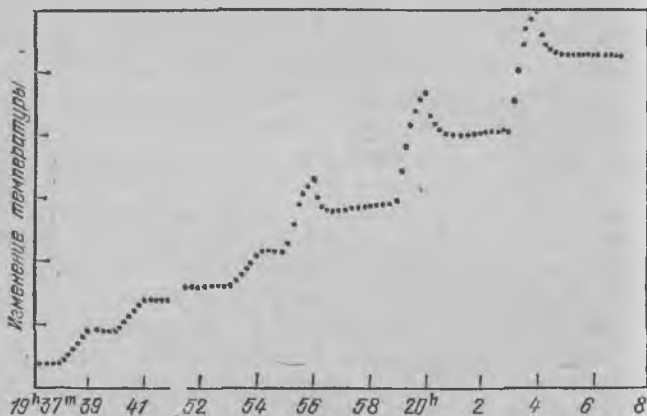


Рис. 6.5. Зависимость показаний термометра (в произвольных единицах) от времени, полученная при проведении измерений теплоемкости жидкого гелия. Хорошо виден перегрев термометра при подаче трех последних импульсов тепла. Для предыдущих импульсов он отсутствовал. (У. Х. Кеезом и мисс А. П. Кеезом, 1935).

температурах. Поэтому при переходе через  $\lambda$ -точку  $\kappa$  скачком меняется — по измерениям, проведенным Кеезомом вместе со своей дочерью, по крайней мере в  $3 \cdot 10^6$  раз!

Этот результат объяснял, почему в гелии II не видно пузырьков газа (см. начало пятой главы). Действительно, посмотрите на кипящую воду, и вы увидите, что пузырьки пара отрываются со дна. Но ведь на дне давление выше, чем на поверхности, так как к атмосферному здесь добавляется давление столба жидкости. Поэтому неизбежен вывод, что и температура у дна выше, чем у поверхности. Это естественно — ведь именно снизу идет нагрев. Но если теплопроводность жидкости очень высока, то в ней невозможно создать перегрев, достаточный для появления

пузырьков, и испарение такой жидкости будет идти только с поверхности. Так и происходит в гелии II.

Но в чем же собственно причина высокой теплопроводности? Может быть, все дело в конвекции, т. е. в переносе не тепла, а самого вещества и его перемешивании? Но конвекция тоже не приводит к мгновенной передаче тепла, тем более по узким длинным капиллярам, в которых она обычно вообще не возникает. Ведь при конвекции надо привести в движение инертные массы вещества и все время поддерживать это движение, стремящееся затухать из-за внутреннего трения, мерой которого служит вязкость. Другими словами, конвекция есть только тогда, когда есть разность температур в объеме жидкости (или газа). Но, может быть, вязкость гелия II становится аномально малой?

Казалось бы, на этот вопрос можно было дать отрицательный ответ — к тому времени Бартон уже проделал эксперименты по измерению вязкости гелия, и не нашел указаний на то, что она изменяется в миллионы раз. Тем не менее, П. Л. Капица решил измерить вязкость жидкого гелия еще раз, но другим способом. Дело в том, что существует два распространенных удобных метода измерять трение в жидкости. Первый — переливать ее из одного сосуда в другой через трубочку и измерять время, за которое происходит этот процесс. Если вязкость жидкости равна  $\eta$ , а диаметр и длина трубочки  $d$  и  $l$ , то гидродинамика дает простую формулу для объема  $V$  жидкости, перетекающей за время  $t$  под действием разности давлений  $\Delta P$ :

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi \Delta P d^4}{128 \eta l}. \quad (6.1)$$

Другой метод основан на том, что жидкость неподвижна, а в ней перемещают предмет и измеряют действующие на него силы. Обычно делается так: на упругой нити подвешивают горизонтально плоский диск и погружают его в жидкость. Поворачивают диск и отпускают его — он начинает колебаться, поворачиваясь взад и вперед вокруг оси. Такие колебания называют крутильными. Из-за трения диска о жидкость колебания затухают, и чем больше вязкость, тем быстрее. Именно этот метод применял Бартон.

Капица предположил, что результат этой работы неверен, и стал измерять вязкость методом перетекания, используя такой прибор (рис. 6.6): два плоских полированных стекла 1 и 2, в верхнее из которых впаяна трубка 3, прижимались

друг к другу, так что возникающая щель составляла доли микрометра. Эту трубочку он погружал в жидкий гелий и после ее заполнения приподнимал при помощи нитки 4. После этого измерялась скорость, с которой понижался уровень гелия в пробирке. Для гелия I эта скорость была очень мала — за несколько минут высота столба менялась на доли миллиметра. В случае гелия II уровни выравнивались за несколько секунд.

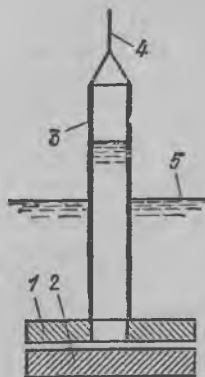


Рис. 6.6. Схема прибора, при помощи которого была обнаружена сверхтекучесть гелия II. (П. Л. Капица, 1938).

Итак, вязкость гелия II оказалась действительно чрезвычайно мала — по крайней мере, в десятки тысяч раз меньше, чем для любой другой среды. Это был пока что качественный результат, но Капица понял, насколько он важен, и сообщил о нем, назвав обнаруженное явление сверхтекучестью, выдвинув очень смелую гипотезу, что вязкость не просто мала, а полностью отсутствует. Это открытие сыграло большую роль во всей современной физике и поставило советскую физику низких температур на одно из первых мест в мире.

Слово «сверхтекучесть» впервые прозвучало в работе Капицы, и оно дало импульс к разгадке. В самом деле, к чему приводит трение при протекании жидкости по трубке? К тому, что кинетическая энергия потока переходит в энергию теплового движения.

Надо, однако, уточнить, как выглядит тепловое движение в плотной среде — жидкости или твердом теле — при низких температурах. В отличие от газов, молекулы в этом случае сильно взаимодействуют между собой. Это можно наглядно представить так: частицы связаны между собой пружинками, не дающими им ни разлететься, ни, наоборот, подойти слишком близко друг к другу. В твердом теле эти пружинки прочно закреплены, в жидкости изредка одни связи могут рваться, а взамен появляются другие. Тепловое движение в сплошной среде происходит совершенно иначе, чем в газе: каждая молекула — это микроскопическая колебательная система, и двигаться поступательно она не может. Оказывается, при низких температурах колебаться совершенно хаотически, как это пристало тепловому движе-

нию, молекулы тоже не могут, потому что частоты таких колебаний слишком велики и, согласно закону Больцмана, они не могут возбуждаться.

Но возможны и другие виды колебаний в конденсированной среде, например, волны звука. Их можно возбуждать искусственно, и при этом легко обнаруживается, что есть собственные колебания, отвечающие стоячим волнам. Например, если звук распространяется по тонкой палочке длиной  $l$ , то эти избранные колебания отвечают условию  $\lambda = 2l/i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ).

Заменим слова «электромагнитные волны» на «волны звука», и все то, что говорилось про черное излучение во второй главе, с таким же основанием можно отнести и к акустическим колебаниям, только вместо скорости света надо брать скорость звука. Есть, правда, еще одно отличие: электромагнитные волны в вакууме могут иметь любую длину. А звук распространяется в веществе, и длина волны, очевидно, не может быть меньше межатомного расстояния. Но если речь идет о низких температурах, то это различие не так важно. Например, для жидкого гелия предельно высокая частота равна  $\omega = \pi v/a = 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , или  $\hbar\omega/k \approx 15 \text{ К}$ . При  $T = 1 \text{ К}$  вероятность возбуждения таких колебаний столь мала, что существуют они или нет, никак не сказывается на свойствах жидкости \*).

Итак, аналогия с излучением подсказывает: в жидкости или твердом теле должны возбуждаться тепловые акустические колебания. Такие колебания действительно существуют и они называются фононами. Их число и энергия подчиняются тем же законам, что и фотоны в черном теле. Чем ниже температура, тем меньше фононов и тем больше характерные длины волн  $\lambda_{\text{ф}}$ . Так, в жидком гелии при  $T = 1 \text{ К}$   $\lambda_{\text{ф}} = 10^{-6} \text{ см}$ , т. е. действительно тепловое движение — это согласованное движение большого количества атомов.

Понимание того, что нагревание жидкости сопровождается увеличением числа фононов, позволило объяснить, почему гелий может течь без трения. Будем считать, что не поток течет в трубке, а наоборот, движется трубка, а жидкость покоится. Тогда, если есть трение, то кинетическая энергия трубки должна передаваться жидкости и вызывать ее нагрев, т. е. должны появляться новые фононы.

\*) Мы попутно доказали, что молекулы не могут колебаться независимо друг от друга — ведь такие колебания и есть волны с длиной  $\lambda \approx a$ .

Но вот тут-то Л. Д. Ландау, создавший теорию сверхтекучести, наверное и вспомнил — да ведь известен же из теории относительности процесс, который не может происходить: это испускание электромагнитного колебания — фотона — частицей, имеющей массу покоя. Все дело в том, что при этом нельзя удовлетворить одновременно законам сохранения энергии и импульса. (Подробнее об этом можно прочесть в 11-м выпуске «Библиотечки» — в книге Г. И. Копылова «Всего лишь кинематика».) А тут прямая аналогия: труба — частица, имеющая массу покоя  $M$ , импульс  $p_\tau = Mv_\tau$  и энергию  $E = p_\tau^2/2M$ ; фотон — аналог фотона, его энергия  $E_\phi = \hbar\omega$ , импульс  $p = \hbar 2\pi/\lambda = \hbar\omega/v$  (то, что его импульс должен иметь такой вид, легко понять — ведь для сплошной среды, пока мы не рассматриваем электромагнитные явления, скорость звука — это то же, что скорость света в вакууме. Возьмите соотношение неопределенностей и, вспомнив, что размер волны характеризуется ее длиной, тут же получите  $p \cdot \lambda \approx \hbar$ ). Может ли труба «родить» фотон? Напишем энергию и импульс системы до (величины с индексом 0) и после (напомним, что жидкость покоится!) рождения фотона:

$$\begin{aligned} \frac{p_{0\tau}^2}{2M} &= \frac{p_\tau^2}{2M} + \hbar\omega, \\ p_{0\tau} &= p_\tau + \frac{\hbar\omega}{v}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Это — два уравнения с двумя неизвестными. Исключая  $p_\tau$  и помня, что  $p_{0\tau} = Mv_{0\tau}$ , получим одно уравнение:

$$\hbar\omega \left[ \left( 1 - \frac{v_{0\tau}}{v} \right) + \frac{\hbar\omega}{2Mv^2} \right] = 0, \quad (6.3)$$

которое при начальной скорости трубы  $v_{0\tau} < v$  имеет единственное решение  $\omega = 0$ , т. е. никаких фононов не появляется (отрицательной частоты не может быть!) И только если поток сверхзвуковой, т. е.  $v_{0\tau} > v$ , могут рождаться волны с частотой

$$\omega = \frac{2Mv^2}{\hbar} \left( \frac{v_{0\tau}}{v} - 1 \right).$$

Подчеркнем ещё раз: пока скорость потока мала, новых фононов, — тепловых колебаний, — не может появиться. Это означает, что при  $T = 0$  энергия от трубки гелию не передается, т. е. трение отсутствует. Но если температура не равна нулю, то в гелии уже есть тепловые колебания. Как

же быть с ними, ведь для них нет такого строгого запрета, II, сталкиваясь со стенкой, они могут изменить свою энергию? Проследим, что же происходит с фононами при переходе от покоящейся стенки к движущейся. Пока не было макроскопического движения, существовали фононы со всевозможными направлениями импульса и с различными энергиями. Какие именно эти энергии и каково полное число фононов, определялось лишь температурой и больше ничем. Потом стенка пришла в движение. Фононы начали, сталкиваясь с ней, изменять свою энергию и передавать ее остальным фононам. Ясно, чем должен закончиться этот процесс — когда средняя скорость движения всех фононов относительно стенки станет равной нулю, в системе отсчета, связанной с трубкой, должно установиться то же самое исходное состояние, потому что число фононов остается тем же самым. После этого переходного процесса прекратится обмен энергией между трубкой и гелием, и дальнейшее движение будет продолжаться сколько угодно долго.

Взглянем еще раз на эту картину с другой точки зрения: при переходе от покоя к движению часть энергии, которую мы сообщили стенке, куда-то ушла — ведь пока происходило установление стационарного состояния, энергия передавалась системе фононов. В то же время их тепловое состояние не изменилось. Значит, мы вынуждены считать, что эта энергия перешла в кинетическую энергию системы фононов, движущихся как целое, и приписать им определенную массу, или в расчете на единицу объема жидкости — плотность.

Итак, гелий II состоит как бы из двух частей, пронизывающих друг друга. Одна часть — это система фононов, обладающих всеми свойствами обычной вязкой жидкости, увлекаемой движущейся стенкой и имеющей плотность  $\rho_n$ . Эту часть жидкости называют также нормальной компонентой (отсюда и индекс  $n$  у плотности). А остальная часть, плотность которой  $\rho_s = \rho - \rho_n$ , — это сверхтекучая компонента, не взаимодействующая со стенкой, т. е. имеющая нулевую вязкость. Ясно, что при  $T \rightarrow 0$  плотность  $\rho_n$  тоже уменьшается до нуля, так как фононы — это результат теплового движения. Наоборот, при увеличении температуры число фононов, а с ними и  $\rho_n$ , возрастает, и когда  $\rho_n$  становится равным  $\rho$ , происходит фазовый переход — сверхтекучесть исчезает.

Вот такая выстроилась сложная и необычная картина. А ведь мы здесь ее еще упростили, хотя правильно описали



все принципиальные черты явления. Теория эта очень стройна, однако соответствует ли она действительности? Нужно проверить, объясняет ли она уже известные явления и существуют ли те явления, которые она предсказывает.

Первый результат: ясно, почему в опытах по перетеканию видимая вязкость мала, а для крутильных колебаний имеет обычную величину. В первом случае через щель протекает сверхтекучая компонента. Во втором — колеблющийся диск все время передает энергию нормальной компоненте, трущейся об него и о стенки сосуда.

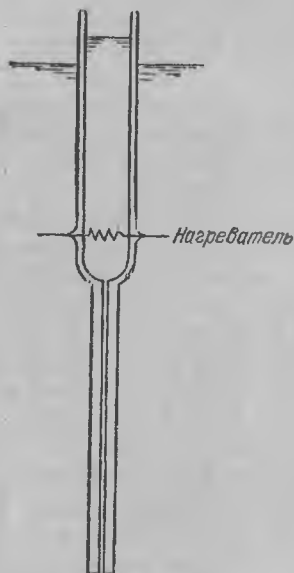


Рис. 6.7. Схема прибора, при помощи которого был обнаружен термомеханический эффект (Дж. Ф. Аллен и Х. Джонс, 1938).

Из других уже описанных экспериментов нам, собственно, надо представить, как идет процесс переноса тепла. Пусть в каком-то месте выделилось тепло. Температура здесь должна возрасти, а вместе с ней и плотность нормальной компоненты. Поэтому сверхтекучая компонента устремляется в это место, чтобы «разбавить» нормальную и восстановить постоянство температуры по всему объему. Конечно, полная плотность жидкости не может измениться, поэтому часть нормальной компоненты должна уйти из теплого места. А что, если этому помешать? Сделать это нетрудно — ведь нормальная компонента течет с трением.

Так рождается прибор, показанный на рис. 6.7. Пробирка, в которую снизу впаян открытый капилляр, погружена в гелий II, и в ней непрерывно выделяется тепло. Будь это обычная жидкость, мы увидели бы, что уровень в пробирке опускается относительно уровня в ванне из-за усиленного испарения. А здесь все наоборот — внутренний уровень поднимается до тех пор, пока разность давлений не уравнивает напор сверхтекучей компоненты. Это явление получило название термомеханического эффекта. Его величина зависит от температуры, и подъем уровня может достигать десятков сантиметров.

Можно этот опыт сделать еще более красивым — закрыть верх, оставив лишь узкий проход — сопло. Тогда, как водопроводная вода из шланга, гелий будет вырываться из сопла фонтаном (рис. 6.8). Это, конечно, не более чем демонстрация, никаких серьезных измерений этим способом не проведешь. Но опыт еще раз напоминает: сверхтекучая компонента имеет инерцию.

Что из этого следует? Вспомним механизм распространения звуковой волны: из области сжатия под действием избыточного давления вещество устремляется в область разрежения. Но оно при этом приобретает скорость, и кинетическая энергия переходит в потенциальную, создавая область повышенного давления уже на новом месте. Вместо переменного давления, создаваемого, например, колеблющейся мембраной, будем периодически изменять температуру, подав на нагреватель переменный ток. Это приведет к взаимному встречному перемещению нормальной и сверхтекучей компонент, а так как обе они обладают инерцией, то возникнет волна, но не сжатия — разрежения, а нагрева — охлаждения. Такую волну, получившую названия «второй звук», предсказала теория Ландау, и волна действительно была обнаружена В. П. Пешковым, чем был окончательно укреплен авторитет теории.

На этом можно бы и закончить эту главу, но трудно удержаться от соблазна рассказать еще об одном явлении, обязанном сверхтекучести — о течении пленки жидкого гелия.

Вы прекрасно знаете, что если любую жидкость налить в сосуд, то она соберется у дна, а ее поверхность будет плоской. Так ее потенциальная энергия в поле тяжести будет минимальной. И только у стенок плоскостность поверхности нарушается — образуется мениск. Если жидкость смачивает стенку, то она поднимается по стенке. Что заставляет

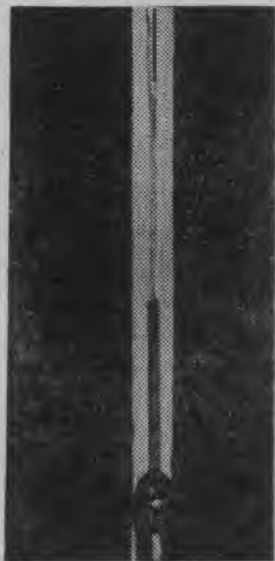


Рис. 6.8. Фонтан жидкого гелия (Дж. Ф. Аллен и Х. Джонс, 1938).

ее так себя вести? Да все те же, уже знакомые нам по пятой главе силы Ван дер Ваальса. Энергия этого взаимодействия для двух молекул равна  $U_{вз} = -\beta/R^6$ . Легко дать грубую оценку для этой величины, если речь идет о взаимодействии атома со стенкой, находящейся на расстоянии  $R$  от него. Энергия взаимодействия очень быстро падает при увеличении расстояния, поэтому мы можем, например, пренебречь взаимодействием со всеми атомами стенки, удаленными от рассматриваемого атома жидкости далее, чем на  $\sim 2R$ . Легко сообразить, что при таком подходе число атомов стенки, принимающих эффективное участие в создании силы Ван дер Ваальса, пропорционально  $R^3$ . Значит, энергия взаимодействия будет по порядку величины равна

$$U'_{вз} \approx -\frac{\beta}{R^6} \cdot \frac{R^3}{a^3} = -\frac{\beta}{R^3 a^3} \quad (6.4)$$

( $a$  — как всегда, межатомное расстояние). А как высоко поднимается жидкость вдоль стенки? Это просто определить. В самом деле, рассмотрим точку стенки, находящуюся на высоте  $h$  над уровнем свободной поверхности. В равновесии, очевидно, для молекулы жидкости должно быть безразлично, в каком месте поверхности

Рис. 6.9. К расчету зависимости толщины пленки от высоты.

ей находиться, т. е., ее потенциальная энергия  $U_{п}$  должна быть постоянна на поверхности. Если толщина слоя жидкости на высоте  $h$  равна  $d$  (рис. 6.9), то можно написать условие равновесия в таком виде:

$$U_{п} = -\frac{\beta}{d^3 a^3} + mgh = \text{const}, \quad (6.5)$$

откуда, полагая  $h = 0$  и  $U_{п} = 0$  на свободной поверхности, получим

$$d = a^{-1} \left( \frac{\beta}{mgh} \right)^{1/3}. \quad (6.6)$$

Оценить величину константы  $\beta$  мы можем, считая, что постоянная Ван дер Ваальса для взаимодействия атома гелия со стенкой того же порядка величины, что и атомов гелия друг с другом. А для последнего взаимодействия мы можем написать

$$-\frac{\beta}{a^6} \approx kT_{г} \approx 10^{-22} \text{ Дж},$$

где  $T_k$  — критическая температура (см. четвертую главу). Тогда в формулу (6.6) можно подставить

$$\frac{\beta}{a^3} \approx 10^{-22} \cdot (4,5 \cdot 10^{-10})^3 \approx 9 \cdot 10^{-61} \text{ Дж} \cdot \text{м}^3.$$

И окончательно получим при  $h = 1$  см  $d \approx 10^{-6}$  см. Оказывается, несмотря на очень приближенный характер наших вычислений, мы получили для  $d$  число всего вдвое-втрое меньше того, что дали прямые измерения толщины пленки гелия!

На какой же высоте пленки не станет? Если считать, что пленка исчезнет, если ее толщина станет равна диаметру одного атома, т. е.  $d \approx a$ , то, учитывая, что при  $h = 1$  см  $d \approx 100 a$ , надо подняться на громадную высоту  $h = 1 \times (100)^3 \approx 10^6$  см = 10 км!

Нет ли тут противоречия с повседневным опытом? Возьмем, например, стакан воды. Вода смачивает стекло, и значит, все, что мы говорили, для нее справедливо. Можно повторить все оценки, взяв для энергии связи величину в  $\sim 10^2$  раз большую, соответственно тому, что  $T_k$  для воды в  $\sim 10^2$  раз больше, чем для гелия, и увидим, что и в этом случае стенки должны быть покрыты пленкой воды толщиной в сотни ангстрем. Очевидно, формула (6.5) верна и для наружной стенки стакана, а не только для внутренней, а значит, постепенно вода должна перелиться сама из стакана на стол, на котором он стоит. Однако никто этого не замечал.

В этом рассуждении все верно, только мы не учли, что из-за трения это течение происходит очень медленно, и фактически пленка воды успевает испариться прежде, чем достигнет стола. Но возьмите в руки бутылку с подсолнечным маслом, и вы увидите, что она снаружи вся в масле. Можете его тщательно смыть, но через несколько недель она опять станет масляной.

Но ведь гелий II сверхтекуч! Поэтому, хотя пленка и имеет микроскопическую толщину, перенос жидкости по ней происходит довольно быстро. Например, наполненная гелием II пробирка опорожняется за несколько минут, и прекрасно видно, как с ее нижнего конца капают капли (рис. 6.10). Это перетекание гелия по пленке необходимо часто учитывать. Ведь течение сверхтекучего гелия происходит не только под действием гравитации. Вспомните о термомеханическом эффекте, приводящем к фонтанированию. Если есть разность температур, то гелий потечет по пленке

туда, где теплее. Но в любом криостате температура снизу вверх изменяется от самой низкой до комнатной. И гелий течет вдоль стенки снизу до того места, где  $T = T_\lambda$ . Здесь он быстро испаряется — ведь при  $T_\lambda$  давление насыщенных

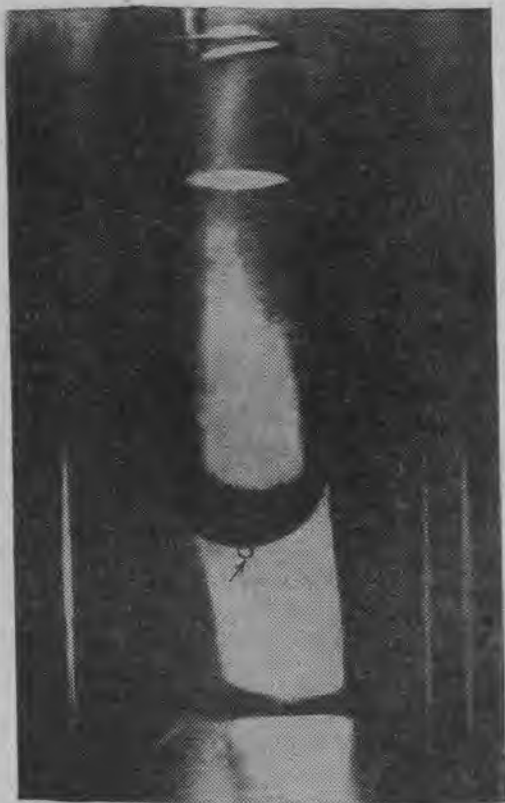


Рис. 6.10. Опыт, демонстрирующий перенос гелия по сверхтекучей пленке. На наружной стороне внизу пробирки видна капля гелия (Дж. Г. Даунт и К. Мендельсон, 1938).

паров высоко. Этот пар частично откачивается насосом, частично конденсируется на свободной поверхности гелия. А при конденсации выделяется тепло. Другими словами, как только наступает сверхтекучесть, так сразу же ухудшается качество криостата: возрастает теплоподвод к жид-

кости. Это очень неприятное обстоятельство не позволяет понизить температуру гелия откачкой его паров существенно ниже  $\sim 1$  К. Ценой значительного усложнения прибора, помещая один гелиевый дьюар в другой, тоже заполненный гелием, удалось добраться до  $\sim 0,8$  К. И это — предел. А не будь течения по пленке, можно было бы простой откачкой достичь и 0,5 К. Многие экспериментаторы были бы рады, если бы так было...

## ГЛАВА 7

### ГЕЛИЙ-3

Раньше мы писали просто «гелий», не обращая внимания на то, что атомы гелия бывают разные: есть несколько изотопов с зарядом ядра  $Z = 2$ . Из них для физики низких температур важны два, и оба стабильные: гелий с массовым числом 3, обозначаемый  $^3\text{He}$ , и с массовым числом 4, т. е.  $^4\text{He}$ , о котором выше и шла речь и который и впредь мы будем, как правило, называть по-прежнему просто гелий.

Гелия-4 в природе немного — в атмосфере его  $\sim 5 \cdot 10^{-4}\%$ . Извлекается он из природного газа, где его содержание достигает нескольких процентов. Всего гелия-4 во всех месторождениях, по оценкам геологов,  $\sim 7 \cdot 10^{10}$  м<sup>3</sup>. А получается он при радиоактивном распаде тяжелых элементов, например, урана. Потому-то он и скапливается в подземных кладовых.

Гелий-3 в природе тоже встречается, но его концентрация в атмосфере еще в  $\sim 10^6$  раз меньше, а в земных недрах  $\sim 10^{-9}\%$ . Поэтому собрать сколько-нибудь заметное количество его из природных источников дело немыслимое, и стоил бы такой газ куда дороже радия, извлеченного Марией Кюри. На помощь пришла современная «алхимия». При ядерных реакциях, идущих на атомных станциях, выделяется изотоп водорода — тритий. Его собирают, потому что он один из кандидатов на «горючее» для термоядерных установок. К тому же тритий используется для изготовления термоядерного оружия. Но собирать тритий — сизифов труд, время его полураспада всего  $\sim 12$  лет. А распадается он, излучая  $\beta$ -частицу и превращаясь тем самым в  $^3\text{He}$ . Отделить последний от трития не трудно. Таким путем  $^3\text{He}$  и попадает в физическую лабораторию.

Итак,  $^3\text{He}$  и низкие температуры. Здесь уже, можно сказать, человек — создатель «в квадрате»! Само собой, что это вещество так заинтересовало ученых, и они были вознаграждены за свое любопытство:  $^3\text{He}$  оказался не слишком похож на своего более тяжелого брата.

Гелий-3 дорог — в  $10^4$  раз дороже, чем  $^4\text{He}$ , и его не так уж много. Счет идет на литры или десятки литров газа, и во всех лабораториях мира его не наберется, пожалуй, столько, чтобы заполнить один транспортный дьюар емкостью 10 л. Но ведь в нашем распоряжении есть жидкий  $^4\text{He}$ ,

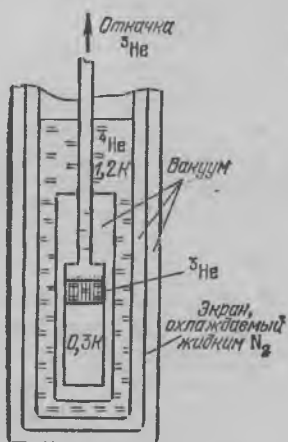


Рис. 7.1. Схема нижней части криостата с  $^3\text{He}$ . Ванна, в которой находится жидкий  $^3\text{He}$ , снабжена ребрами для лучшего теплообмена.

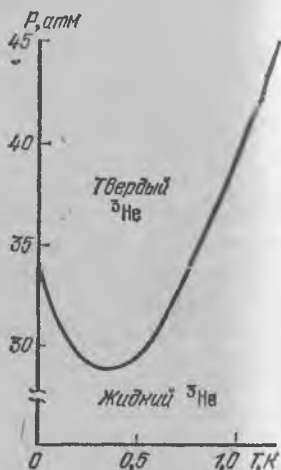


Рис. 7.2. Кривая плавления  $^3\text{He}$  при низких температурах.

который, откачивая пары, можно охладить до  $\sim 1$  К. А  $^3\text{He}$  кипит при 3,69 К. При 1,2 К давление его паров  $\sim 20$  мм рт. ст. Поэтому в приборе вида «дьюар в дьюаре», показанном на рис. 7.1,  $^3\text{He}$ , попав в трубку, стенка которой имеет температуру  $\sim 1,2$  К, станет жидким и сольется вниз. Теперь, если мы начнем откачивать его пары, то он, испаряясь, начнет охлаждаться и будет охлаждать все, что находится с ним в тепловом контакте.

Сколько надо иметь  $^3\text{He}$ , чтобы с ним экспериментировать? Оказывается, совсем немного — ведь ванна, заполнен-

ная им, окружена со всех сторон экраном, находящимся при гелиевой температуре, и хорошо теплоизолирована. Основной поток тепла поступает по трубке, по которой идет откачка паров. Приходится в ней ставить экраны, поглощающие тепловое излучение комнаты, и тогда поток тепла падает до величин порядка  $10^{-4}$  Вт. Таким образом, хотя теплота испарения  ${}^3\text{He}$  и равна всего  $\sim 30$  Дж/моль (почти в три раза меньше, чем у  ${}^4\text{He}$ ), если в нашем распоряжении есть 1 моль, т. е. 22,4 л газа, то с этим количеством можно работать  $\sim 3 \cdot 10^5$  с  $\approx 3$  суток. Ну, а потом его надо опять сконденсировать и можно работать дальше, если только не кончился  ${}^4\text{He}$  в наружной ванне.

Итак, что же из себя представляет жидкий  ${}^3\text{He}$ ? Он значительно менее плотен, чем жидкий  ${}^4\text{He}$ :  $0,08$  г/см<sup>3</sup> по сравнению с  $0,145$  г/см<sup>3</sup>. Кипит он при более низкой температуре, и теплота испарения, как мы уже говорили, у него много меньше. Но все это не так уж удивительно — ведь его атомы легче. Значит, и следующая из принципа неопределенности энергия нулевых колебаний для  ${}^3\text{He}$  выше, чем для  ${}^4\text{He}$  (см. пятую главу). Жидкий  ${}^3\text{He}$  — еще одна квантовая жидкость, и исследователей уже не удивило, что она не затвердевает вплоть до  $T = 0$ .

Чтобы получить твердый  ${}^3\text{He}$ , его нужно, как и  ${}^4\text{He}$ , подвергнуть давлению. Вроде бы движение по уже проторенной дорожке, и вдруг — сюрприз! Посмотрите, как выглядит кривая плавления на рис. 7.2 — на первый взгляд, похоже на  ${}^4\text{He}$ , только вот при  $T \leq 0,3$  К чем ниже температура, тем выше давление фазового перехода жидкость — твердое тело. Перечитаем, что писалось в пятой главе о связи теплоты плавления зависимостью  $P_{\text{ф.п}}$  от температуры. Выходит, что теплота плавления  ${}^3\text{He}$  — отрицательна!

Второе удивительное свойство  ${}^3\text{He}$  — он не становится сверхтекучим до очень низких температур  $\sim 10^{-3}$  К.  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  химически один и тот же элемент, и все то, что говорилось в шестой главе о причинах сверхтекучести, казалось бы, вполне применимо и к  ${}^3\text{He}$ . В чем же состоит радикальное отличие этих изотопов? Оказывается, в том, что число 3 — нечетное, а 4 — четное.

Дело в том, что любая элементарная частица — это как бы микроскопический волчок, который крутится по или против часовой стрелки, или не крутится — смотря по тому, каков ее спин (от английского слова «spin» — вращение).



Как охарактеризовать вращение обычного волчка? Ну, конечно, в первую очередь — это направление его оси, и вращается он по или против часовой стрелки относительно этой оси. А количественно? Можно, конечно, говорить о кинетической энергии вращения, но это не очень удобно. Дело в том, что у волчка кинетическая энергия вращения может изменяться за счет работы внутренних сил. Помните, как фигуристы, раскинув руки, плавно вращаются на льду, и вдруг это довольно медленное движение сменяется бешеным вихрем, стоит им свести вместе ноги и плотно к телу прижать руки. Попробуйте-ка описать это, исходя из энергетических соображений, да не забудьте, что, собираясь, фигурист совершает работу. Но существует физическая величина, называемая моментом импульса. Для тяжелого предмета массой  $M$ , размеры которого много меньше радиуса окружности  $r$ , по которой он движется с угловой скоростью  $\omega$ , момент импульса

$$J = M\omega r^2 = p \cdot r, \quad (7.1)$$

где  $p = Mv$  — обычный импульс. Для тела с конечными размерами момент импульса равен сумме моментов всех его элементов. Эта величина хороша тем, что для изолированного волчка (например, фигуриста) она сохраняется во все время движения — если, конечно, пренебречь трением. Поэтому-то, когда «радиус» фигуриста уменьшается, его вращение ускоряется.

Момент импульса, присущий элементарным частицам и являющийся одной из характеристик, описывающих их внутренние свойства, и называется спином. Из соотношения неопределенностей мы уже знаем, что для микроскопических частиц произведение импульса на координату  $\sim \hbar$ . Мера их «вращения»; которая есть тоже произведение «импульс  $\times$  размер», оказывается того же порядка. Поэтому момент импульса в квантовой механике так и измеряют в долях  $\hbar$ . И спин оказывается просто числом. Так, для электронов, протонов, нейтронов он всегда точно  $1/2$ . Чтобы с этими частицами не происходило, их спин всегда неизменен. Когда же нейтроны и протоны объединяются в ядра, то их спины складываются. Надо, правда, иметь в виду, что у двух соседних частиц спины могут быть параллельны («волчки» крутятся одинаково) и тогда в сумме будет 1, или антипараллельны (один «волчок» крутится по, а другой против часовой стрелки), и сумма равна нулю.

Вот тут-то и видна принципиальная разница между  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{He}$ . Атом первого содержит 6 частиц, и его суммарный спин — 0, а второго — 5 частиц, и его спин  $1/2$ . А характер у частиц с целым (в том числе, с нулевым) или полуцелым спином совершенно различен. У первых сильно развито «стадное чувство», а вторые отличаются «аристократизмом», и их поведение управляется законом природы, называемым «принцип Паули». Этот закон гласит: «В любом состоянии может быть не более одной частицы».

С этим свойством вы уже сталкивались, когда речь шла об электронных оболочках атомов: всего у двух атомов — водорода и гелия, электроны находятся на ближайшей к ядру оболочке, где их энергия минимальна. Для гелия сразу двум электронам это удалось сделать только потому, что их спины антипараллельны, т. е. их состояния оказались разными. А вот в атоме лития для третьего электрона такой фокус не пройдет, и ему придется устраиваться на более далекой оболочке, где его энергия, по нашему, связанному с температурой масштабу, на громадную величину  $\sim 6 \cdot 10^5$  К выше. Но чего не сделаешь из принципа! А ведь не будь его, вероятность этому третьему электрону оказаться настолько более энергичным была бы, согласно закону Больцмана, ничтожно мала.

Как же этот «аристократизм» проявляется в жидком гелии, и почему он приводит к утрате сверхтекучести? Вблизи абсолютного нуля тепловое движение — это колебания, распространяющиеся по всему объему тела. Они приводят к тому, что отдельные атомы поочередно получают и теряют кинетическую энергию, т. е. все время есть атомы, энергия которых на ту или иную величину выше минимально возможной. И пока мы не знали о принципе Паули, мы полагали, что по мере все более глубокого охлаждения этот разброс значений энергии атомов монотонно уменьшается, пока не исчезает совсем при абсолютном нуле. Но мы можем рассматривать жидкий гелий, налитый в наш сосуд, как один гигантский «суператом». Поэтому равенство энергий всех составляющих его атомов означает, что все они находятся на одной и той же «оболочке» суператома, т. е. в одном и том же состоянии. Для  ${}^4\text{He}$ , атомы которого имеют спин, равный нулю, это допустимо законами природы. Более того, они требуют именно такого распределения, обеспечивающего минимум энергии.

А вот для  ${}^3\text{He}$  такой порядок не подходит — ведь минимальную энергию в «суператоме» могут иметь всего два

атома  ${}^3\text{He}$ : этого требует принцип Паули. Значит, если в исследуемом объеме находится  $N$  атомов, то должно быть заполнено  $N/2$  состояний, энергия которых выше минимальной. Тут полная аналогия с многоэлектронным атомом, когда по очереди заполняются электронами одна за другой оболочки, имеющие все более и более высокую энергию.

Какую же максимальную энергию могут иметь атомы  ${}^3\text{He}$  в жидкости? Попытаемся решить эту не очень простую задачу. Что, собственно, означает, что атом имеет избыточную кинетическую энергию  $E$ ? Будь это в разреженном газе, то все просто — атом летит быстрее своих соседей довольно долгое время — до столкновения с другим атомом или стенкой. Но в жидкости ему лететь некуда, ему тесно (всего и пробега-то — межатомное расстояние, да, пожалуй, и того меньше), и вот он уже передал свою избыточную энергию соседу, а тот — дальше. А все соседи — на одно лицо, и эта избыточная порция энергии принадлежит всем и никому в отдельности. Такую картину мы уже строили в предыдущей главе: опять мы пришли к колебаниям. Значит, состоянию с избыточной энергией  $E$  соответствует колебание с той же энергией и частотой  $\omega = E/\hbar$ . Число колебаний мы уже подсчитывали во второй главе, когда говорили об электромагнитном излучении. И формула у нас уже есть готовая — это формула (2.10).

Итак, есть  $N/2$  колебаний с волновыми векторами от 0 до  $k_{\text{макс}}$  и мы можем написать

$$\frac{N}{2} = \frac{V}{6\pi^2} k_{\text{макс}}^3. \quad (7.2)$$

Если  $a$  — межатомное расстояние, а  $N/V$  — число частиц в единице объема, то, очевидно,  $N/V = 6/\pi a^3$ . Вспомним еще, что  $k = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны. Подставим все это в формулу (7.2) и получим, пренебрегая отличием  $\pi$  от 3, такой результат: в жидком  ${}^3\text{He}$  даже при  $T = 0$  сохраняются не только нулевые колебания, как в  ${}^4\text{He}$ , но еще и волны с длинами от  $\infty$  до  $\lambda_{\text{мин}}$ , где

$$\lambda_{\text{мин}} \approx a \sqrt[3]{4}. \quad (7.3)$$

Такие короткие волны должны, конечно, иметь очень высокую частоту. Какую именно, можно оценить, если считать, что их скорость равна скорости звука  $v$  (это несколько завышает результат). В жидком  ${}^3\text{He}$   $v \approx 190$  м/с, и в результате получим

$$E_{\text{макс}} = \hbar\omega_{\text{макс}} \approx 10 \text{ К.}$$

Подведем итог нашим рассуждениям. Мы получили, что даже при  $T = 0$  К у атомов  ${}^3\text{He}$  из-за действия принципа Паули остается кинетическая энергия, превышающая энергию нулевых колебаний на  $\sim 10$  К, т. е. «фононы» попросту не «остывают» до той температуры, при которой могла бы начаться сверхтекучесть. Можно сказать и по-другому — в жидком  ${}^4\text{He}$  сверхтекучесть прекращается тогда, когда возбуждается слишком много тепловых колебаний. В  ${}^3\text{He}$  колебания есть всегда, и даже при  $T = 0$  их числа достаточно для того, чтобы сверхтекучая компонента отсутствовала.

А ведь отсутствие сверхтекучести, оказывается, очень полезное свойство. Вспомните, когда мы говорили о понижении температуры откачкой паров гелия, то выяснили, что сверхтекучая пленка мешает получить  $T \lesssim 1$  К. А у  ${}^3\text{He}$  такой пленки нет. Поэтому, откачивая его пары, можно добраться уже до  $\sim 0,3$  К — большой прогресс! Но когда физики изучили, что происходит, если смешать  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ , то они нашли способ понизить температуру еще ниже — всего до нескольких тысячных кельвина.

Зачем понадобилось смешивать эти изотопы? Одно из очевидных соображений: чистый  ${}^4\text{He}$  сверхтекуч, а при тех же температурах  ${}^3\text{He}$  — нет. А сколько надо добавить  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , чтобы сверхтекучесть исчезла? Стали составлять смеси разного состава из этих изотопов и смотреть, что же получится, а заодно исследовать их физические свойства. И тут возник вопрос номер один: а будут ли вообще смешиваться эти жидкости? Ответ мог дать только эксперимент, и оказалось, что и здесь результат получился неожиданным. Если температура выше  $\sim 0,8$  К, то при любом соотношении смешиваемых частей оба гелия образуют однородный раствор. Но если температура становится ниже, то можно приготовить либо слабый раствор  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , либо слабый раствор  ${}^4\text{He}$  в  ${}^3\text{He}$ . Предельная концентрация зависит от температуры.

Чтобы показать эту зависимость, построим диаграмму, подобную диаграмме фазового состояния (рис. 7.3). По оси абсцисс будем откладывать  $x$  — относительную концентрацию  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ . Очевидно,  $x$  может меняться лишь в пределах от 0 до 1, значит, поле диаграммы ограничено. А по оси ординат будет отложена температура. Нанесем теперь слева линию, отвечающую предельной концентрации  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , а справа — обратному случаю. Эти линии сходятся в одной точке при  $T \approx 0,8$  К. На диаграмме получился «колокол»,

ограничивающий область концентраций и температур, при которых не может существовать однородный раствор  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ .

Что же будет, если мы, например, смешаем равные объемы газообразных  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ , а потом охладим эту смесь до температуры, скажем,  $0,5\text{ K}$ ? Мы видим, что точка с такими координатами попадает внутрь «колокола». И тогда появятся

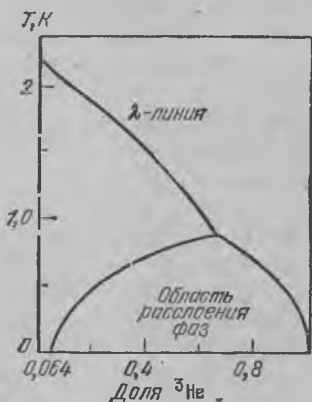


Рис. 7.3.  $T-x$  диаграмма для смеси  ${}^3\text{He}$  —  ${}^4\text{He}$ .

сверхтекучести. Конечно же, при  $x = 0$  она упирается в ось ординат в точке  $T = T_\lambda$ . А примесь  ${}^3\text{He}$  мешает сверхтекучести — она приводит к понижению температуры перехода.

У этих растворов есть замечательное свойство. Оказалось, что при  $T \rightarrow 0$  максимальная возможная концентрация  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  не падает до нуля, а остается равной  $\sim 6,5\%$ . Это позволило создать очень эффективную холодильную машину, называемую криостат растворения, с помощью которой удастся получать температуры ниже  $10^{-2}\text{ K}$ . В самом деле, что ограничивает возможности понижения температуры гелия откачкой его паров? Падение плотности пара по закону Больцмана  $\rho_n \sim e^{-q_{исп}/kT}$ . При откачке в единицу времени можно удалить количество пара  $m$  уж во всяком случае не больше, чем  $m \sim \rho_n \cdot v \cdot S$ , где  $v$  — средняя тепловая скорость, а  $S$  — сечение трубы, по которой идет откачка. Поэтому и уносимое количество тепла  $Q = mq_{исп}$  при низких температурах становится ничтожно малым из-за быстрого уменьшения плотности пара.

две разные жидкости. Одна — почти чистый  ${}^3\text{He}$ , в котором всего  $\sim 10\%$   ${}^4\text{He}$ , другая —  ${}^4\text{He}$  с  $\sim 20\%$  примеси  ${}^3\text{He}$ . Первая смесь имеет меньшую плотность, и она всплывает. Происходит расслоение, совсем как в смеси бензин — вода, и границу между жидкостями можно отчетливо увидеть (рис. 7.4).

А как же насчет сверхтекучести? Оказывается, тяжелая фракция — сверхтекуча, легкая — нет. А там, где расслоение прекращается, можно провести  $\lambda$ -линию, разделяющую области, где есть и где нет

Но если в контакт с жидким  ${}^3\text{He}$  привести жидкий  ${}^4\text{He}$ , последний будет действовать как своеобразный насос:  ${}^3\text{He}$  будет как бы испаряться, растворяясь в  ${}^4\text{He}$ . И плотность «пара» даже при  $T \rightarrow 0$  будет оставаться высокой. Жаль только, что теплота «испарения», т. е. взятая с обратным

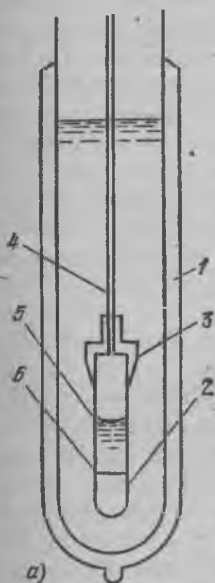


Рис. 7.4. а) Схема прибора, в котором наблюдалось расслоение смеси  ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$ : 1 — дьюар с  ${}^3\text{He}$ ; 2 — стеклянная ампула; 3 — медный переход; 4 — стальной капилляр; 5 — мениск жидкость—пар; 6 — граница расслоения; б) фотография расслоения раствора с концентрацией  $\sim 50\%$   ${}^3\text{He}$  при  $T = 0,5\text{ K}$  (В. П. Пешков, К. Н. Зиновьева, 1957).

знаком теплота растворения  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , уменьшается пропорционально  $T^2$ . Но это не столь быстрое падение, как  $e^{-q_{\text{исп}}/kT}$ .

Можно возразить, что такая машина будет работать очень недолго — как только в  ${}^4\text{He}$  перейдет столько  ${}^3\text{He}$ , что образуется насыщенный раствор, процесс остановится. Сделаем тогда следующее: от нашей камеры, где граничат  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ , отведем вверх длинную тонкую трубку, по которой жидкость может попадать в другую камеру, содержащую электронагреватель (рис. 7.5). Если мы включим

нагреватель, то сверхтекучий гелий из-за термомеханического эффекта (об этом явлении говорилось в предыдущей главе) частично перейдет в эту камеру; называемую «ванной испарения».

Наверное, вы знаете о процессе ректификации, применяемом в технике для разделения растворов, содержащих более и менее летучие компоненты. Он широко используется, например, при разделении нефти на бензин, керосин, масла

и т. п. Суть его в том, что если нагреть такую смесь, то относительное содержание в паре более летучей компоненты (т. е. имеющей при данной температуре большую плотность пара) будет выше, чем в жидкости. Для 6,5 % смеси  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при  $T \approx 0,5 \div 0,8 \text{ K}$  пар будет состоять практически из чистого  $^3\text{He}$ , а плотность его будет примерно такой же, как и плотность пара над чистым жидким  $^3\text{He}$ . Значит, его можно откачивать насосом, и при этом поток газа будет достаточно большим.

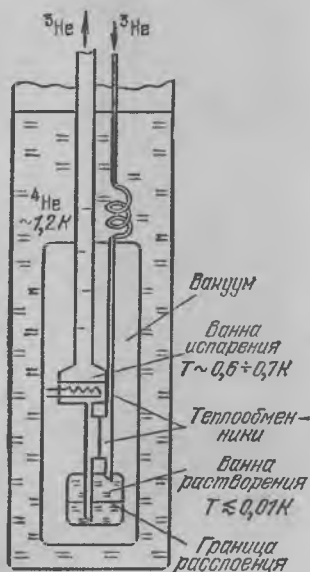


Рис. 7.5. Схема внутренней части криостата растворения.

Получается, что, включив нагреватель в ванне испарения, мы сможем извлекать  $^3\text{He}$  из раствора, т. е. очищать жидкий  $^4\text{He}$ . Но ведь он находится в ванне растворения в контакте с жидким

$^3\text{He}$ , и пока последний не кончится, он будет переходить в раствор, поддерживая в нем концентрацию  $\sim 6,5 \%$  и охлаждая ванну испарения и все, что находится в тепловом контакте с ней.

Этот процесс тоже не может длиться слишком долго. Ведь запас  $^3\text{He}$  невелик. Однако ничто не мешает нам тот газ, который откачивается насосом, вернуть назад, пропустив его, конечно, через систему теплообменников (см. рис. 7.5). Один из них — в наружной ванне  $^4\text{He}$ . В нем возвращаемый  $^3\text{He}$  конденсируется и охлаждается до  $\sim 1,2 \text{ K}$ . Следующий — в ванне испарения. Но и после нее  $^3\text{He}$  не очень-то холоден, всего  $\sim 0,7 \div 0,6 \text{ K}$ . Приходится пропустить его

еще через один теплообменник — ведь  $^3\text{He}$ , идущий из ванны растворения в ванну испарения, несет с собой холод, который и нужно использовать для охлаждения обратного потока. И только после этого жидкий  $^3\text{He}$  поступает, наконец, в ванну растворения. Цикл замыкается.

Как видите, знание физики гелия позволило создать такую необычную холодильную машину. Произошло это всего с десятков лет назад и означало буквально революцию в экспериментальной технике низких температур. И раньше существовали способы получать температуры в сотые и тысячные кельвина, но только с помощью криостата растворения удалось такие температуры поддерживать длительное время. Это нужно и при проведении многочисленных экспериментов, и для того, чтобы успешно продвигаться в мир еще меньших температур, измеряемых уже не милли-, а микрокельвинами.

## ГЛАВА 8

### МАГНИТНЫЙ ТЕРМОМЕТР И МАГНИТНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

В предыдущей главе мы упомянули, что есть и другие, кроме растворения  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , способы получения сверхнизких температур. Все они, так или иначе, связаны с магнетизмом. Но рассказ о них нам придется начать издали — с описания того, что такое магнетизм \*).

Поместим в магнитное поле проволочную рамку и пустим по ней ток  $I$  (рис. 8.1). На провод в магнитном поле действует сила  $l B \sin \varphi$ , где  $l$  — длина провода,  $B$  — индукция магнитного поля,  $\varphi$  — угол между проводом и направлением поля. Воспользуемся этой формулой и увидим, что силы, действующие на стороны 1 и 3 рамки, только сжимают или растягивают рамку. А вот силы, действующие на стороны 2 и 4, стремятся повернуть ее вокруг оси, перпендикулярной магнитному полю. Есть только два положения рамки, при котором силы не создают поворачивающего момента, — в этих положениях плоскость рамки перпендикулярна  $B$ . Но посмотрите, сколь различны эти положе-

---

\*) Подробнее о магнетизме можно прочесть в книге: Каганов М. И., Цукерник В. М. Природа магнетизма. — М.: Наука, 1982 («Библиотечка «Квант», вып. 16).



ния: если рамку чуть-чуть повернуть, когда она находится в положении б) (рис. 8.1), то силы взаимодействия поля с током тут же приведут к ее дальнейшему повороту, и рамка покинет это положение равновесия. Другими словами, это равновесие неустойчиво. А вот равновесие в случае в), как нетрудно понять, устойчиво.

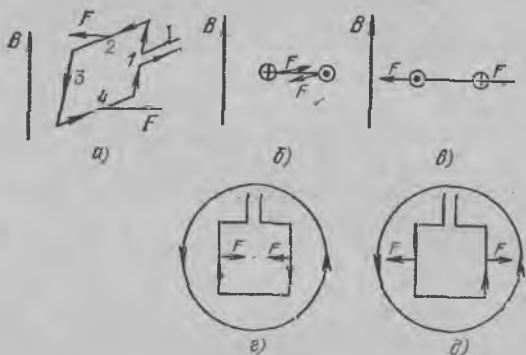


Рис. 8.1. а) Силы, действующие на рамку с током в магнитном поле; б) положение неустойчивого и в) устойчивого равновесия во внешнем поле; г, д) соответственно в поле, создаваемом соленоидом.

Устойчивому положению равновесия всегда отвечает минимальная энергия, и несложно подсчитать\*), что действительно энергия рамки в состоянии в) меньше, чем в б), на

$$\Delta E = 2(S \cdot I) B = 2\mu B. \quad (8.1)$$

Здесь  $S$  — площадь рамки, а буквой  $\mu$  мы обозначили величину, называемую магнитным моментом. Это — очень важная характеристика: магнитный момент есть не только у рамки с током, но у любых магнитных материалов и даже у отдельных элементарных частиц.

Зная, что магнитный момент рамки равен  $\mu = S \cdot I$ , можно, оказывается, оценить его величину и для элементарных частиц. Уберем рамку, но оставим ток. Не думайте, что мы конструируем чеширского кота из «Алисы в стране чудес», состоящего из одной улыбки. Ток — это движение электронов, так что представим такую модель: электрон, имеющий скорость  $v$ , удерживаемый силой Кулона, «летает»

\*) *Задача 11.* Вычислить работу, совершаемую при повороте рамки из положения в) в положение б). Это и есть разность энергий рамки в этих двух состояниях.

по окружности радиуса  $r$  вокруг заряженного ядра. Собственно, это — планетарная модель атома. Ток — это заряд, переносимый через поперечное сечение провода в единицу времени. В нашем случае кольцевой ток равен заряду электрона, умноженному на число оборотов, совершаемых им в секунду, т. е.

$$I_e = \frac{ev}{2\pi r}, \quad (8.2)$$

а магнитный момент

$$\mu = \pi r^2 I_e = \frac{rev}{2}. \quad (8.3)$$

Можем написать такое тождество:

$$\mu = \frac{m}{m} \frac{rev}{2} = \frac{e}{2m} mv \cdot r = \frac{e}{2m} p \cdot r = \frac{e}{2m} J, \quad (8.4)$$

где  $J$  — уже знакомый нам момент импульса (см. начало предыдущей главы).

Мы получили очень важный результат — если заряженная частица обладает механическим моментом, то она обязательно имеет и магнитный момент. Правда, для элементарных частиц коэффициент пропорциональности не всегда  $e/2m$ , но по порядку величины соотношение (8.4) справедливо. Например, если речь идет о спине электрона, то это отношение равно примерно  $e/m_e$ . Если вспомнить, что спин электрона равен  $1/2$ , т. е. момент импульса  $\hbar/2$ , то собственный магнитный момент электрона

$$\mu_e \approx \frac{e\hbar}{2m_e}. \quad (8.5)$$

Величину  $e\hbar/2m_e$  называют магнетоном Бора.

Свободные электроны встречаются не так уж часто. Обычно они связаны с атомами или молекулами, и у них магнитный момент может быть, а может и отсутствовать. Так, в атоме водорода имеется единственный электрон, и этот атом имеет магнитный момент, связанный со спином этого электрона. А вот в молекуле водорода магнитные моменты двух электронов направлены встречно и компенсируют друг друга. Атом  ${}^4\text{He}$  тоже не обладает магнетизмом, а у лития магнитный момент есть, так как три электрона обязаны иметь отличный от нуля суммарный спин.

А что произойдет, если молекулы (или атомы), спин которых не равен нулю, объединятся в кристалл? Если температура не очень низкая, то все спины будут ориентированы произвольно, и суммарный магнитный момент будет равен нулю. Поместим теперь этот образец в магнитное поле  $B$ .

Тогда энергия тех атомов, магнитный момент которых направлен по полю, станет меньше, чем энергия атомов с моментом против поля. Разность энергий для этих двух состояний равна  $e\hbar B/m_e$ . Но, согласно закону Больцмана, в равновесии число частиц с меньшей энергией ( $N_-$ ) должно быть больше числа частиц с большей энергией ( $N_+$ ), так что должно выполняться равенство  $N_+/N_- = e^{-e\hbar B/m_e kT}$ . Таким образом, появляется преимущественное направление спинов и вместе с этим суммарный магнитный момент образца  $\mu = (N_- - N_+) \cdot \mu_e$ .

Обратимся еще раз к рис. 8.1, чтобы пояснить, к чему приводит наличие магнитного момента у образца. Для этого поместим рамку внутрь длинного соленоида, поле в котором, как известно, является однородным. Тогда устойчивому положению б) соответствует картинка г) — ток в рамке течет в направлении, противоположном току в соленоиде, и поэтому силы, действующие на рамку, направлены к центру. Устойчивое положение — это когда токи текут в одном направлении — случай д). При этом, естественно, магнитное поле от тока рамки внутри нее складывается с полем соленоида. Таким образом, внутри рамки магнитное поле сильнее, чем без нее. Другими словами, магнитный момент, ориентированный по полю, приводит к росту индукции во внутренней области. Точно так же благодаря ориентированию магнитных моментов атомов индукция магнитного поля в образце становится выше, чем вне его.

Вещества, внутри которых индукция магнитного поля выше, чем вне их, но которые при  $B = 0$  не имеют магнитного момента, называются парамагнитными. Парамагнитных веществ в природе много, и они играют большую роль в физике низких температур.

Как определить, парамагнитно вещество или нет и сколь велик парамагнетизм? Для этого нужен довольно чувствительный прибор — ведь добавка к полю в парамагнетике обычно очень мала. При комнатной температуре она равна  $10^{-5} \div 10^{-6}$  от индукции внешнего поля. Часто используют прибор, схема которого показана на рис. 8.2. Он состоит из двух одинаковых катушек из  $n$  витков, помещенных в соленоид. В соленоиде создается переменное магнитное поле  $B = B_0 \sin \Omega t$ , которое в каждой катушке наводит э. д. с., равную, по закону Фарадея,

$$U = - \frac{nSdB_0}{dt} = -nS\Omega B_0 \cos \Omega t. \quad (8.6)$$

Если катушки включить встречно, то суммарная э. д. с. равна нулю с той точностью, с которой катушки одинаковы.

Поместим теперь в одну из катушек парамагнитный образец. Благодаря парамагнетизму индукция магнитного поля в этой катушке становится больше, чем в другой. Значит, и э. д. с., наводимая в катушке с образцом, станет несколько больше, чем в пустой, и на выходе прибора появится разностный сигнал, зависящий от величины магнитного момента образца.

А теперь можно сказать, что нарисованный на рис. 8.2 прибор — магнитный термометр!

Покажем, что это так. Мы чуть раньше писали равенство

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_e \cdot (N_- - N_+) = \\ &= \mu_e \cdot N_- \cdot (1 - e^{-ehB/m_e kT}). \end{aligned} \quad (8.7)$$

Если поле  $B$  не велико, так что  $ehB/m_e kT \ll 1$  (реально при комнатной температуре это означает, что  $B < 100$  Тл), то, вспомнив решение задачи 4, можно (8.7) преобразовать к такому виду:

$$\mu \approx \frac{\mu_e N}{2} \cdot \frac{ehB}{m_e kT} \approx \frac{N}{4} \left( \frac{eh}{m_e} \right)^2 \frac{B}{kT}. \quad (8.8)$$

Так как  $N$  — полное число элементарных магнитных моментов в образце — от температуры не зависит, то (8.8) устанавливает очень важное свойство парамагнетиков, называемое законом Кюри. Этот закон формулируется так: отношение магнитного момента парамагнетика к индукции магнитного поля изменяется обратно пропорционально температуре.

Итак, поскольку разностный сигнал от катушек магнитного термометра пропорционален магнитному моменту образца, то достаточно измерить выходной сигнал  $U(T_0)$  при какой-то известной температуре  $T_0$ , и тогда неизвестная температура будет равна

$$T = T_0 \cdot \frac{U(T_0)}{U(T)}.$$

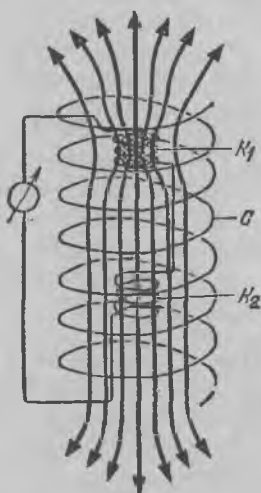


Рис. 8.2. Магнитный термометр:  $K_1$  и  $K_2$  — приемные катушки, включенные навстречу друг другу; в катушке  $K_1$  расположен парамагнитный образец.  $S$  — соленоид, создающий переменное поле  $B_0 \sin \Omega t$ , силовые линии которого показаны стрелками.

К сожалению, для любого парамагнетика есть температура, при охлаждении до которой он перестает работать как термометр. Дело в том, что магнитные моменты атомов взаимодействуют друг с другом. В результате по мере охлаждения рано или поздно они перестают быть расположены хаотично, а выстраиваются в регулярную структуру, например, располагаются параллельно друг другу, и вещество становится не пара-, а ферромагнетиком. Температура, при которой происходит этот переход, не обязательно низка. Например, у всем известного железа этот переход происходит при  $\sim 760^\circ\text{C}$ .

Чтобы подольше сохранялся парамагнетизм, надо магнитные моменты «расставить» подальше друг от друга. Для этого надо взять такие кристаллы, в которых магнитные атомы окружены немагнитными. Одно из таких веществ с самой низкой из известных температур перехода — всего  $0,002\text{ K}$  — церий-магниевого нитрата  $2\text{Ce}(\text{NO}_3)_3 \cdot 3\text{Mg}(\text{NO}_3)_2 \times 24\text{H}_2\text{O}$ . В нем из всего громадного количества составляющих только церий (Ce) обладает магнитным моментом. С помощью этой соли можно довольно точно измерять температуру лишь до  $\sim 0,01\text{ K}$ , так как по мере приближения к температуре перехода закон Кюри выполняется все хуже и хуже.

Парамагнитные вещества часто используются для измерения температур  $\leq 1\text{ K}$ , хотя их нижний предел, порядка  $\sim 0,01\text{ K}$ , уже не всегда удовлетворяет исследователей. Но есть еще один вид магнетизма — ядерный. Он значительно слабее электронного, потому что в формулу для магнитного момента ядер вместо  $m_e$ , как в (8.5), должна войти величина порядка массы протона  $m_p$ , которая в  $\sim 10^3$  раз больше  $m_e$ . Поэтому и парамагнетизм ядер оказывается (см. формулу (8.8)) в  $\sim (m_e/m_p)^2 \approx 10^6$  раз слабее электронного. Зато ядерные спины ведут себя как идеальный газ до гораздо более низких температур, измеряемых уже микрокельвинами. Дело в том, что сами ядра имеют размер, на много порядков меньший межатомного расстояния, поэтому непосредственно между собой они не взаимодействуют. Порядок в системе ядерных спинов может появиться только благодаря взаимодействию магнитных моментов по такой цепочке: ядро — электрон — другой электрон — другое ядро. И в ней звено ядро — электрон всегда очень слабо.

Но вот какая неприятность: если ядра хорошо изолированы, то это очень плохо для термометра. Парадокс? Нет,

ведь термометр должен показывать температуру другого тела, а для этого ему надо прийти с ним в термодинамическое равновесие. Но если взаимодействие очень слабое, то время установления равновесия оказывается очень большим. Если речь идет о низких температурах и ядерном термометре, то тут легко может случиться, что равновесия не дождаться и за всю жизнь.

Поэтому приходится искать такие вещества, чтобы взаимодействие было сильнее. Для этого надо, чтобы магнитный момент ядра был побольше и само ядро потяжелее — от этого, оказывается, взаимодействие ядра с электронами усиливается. Слишком далеко в этом направлении двигаться нельзя: самые тяжелые ядра радиоактивны, а распад сопровождается громадным выделением тепла. К этому надо добавить, что в системе электронов не должен устанавливаться магнитный порядок. Это — очевидное требование, иначе магнитное поле, действующее на ядра, не будет иметь ничего общего с внешним полем. Ко всему прочему желательно, чтобы вещество было металлом. Последнее нужно потому, что при самых низких температурах на большие расстояния тепло могут переносить только электроны проводимости, путешествующие по всему образцу. Одними из немногих кандидатов на должность ядерного термометра после всех этих «нужно» остаются медь и платина. Но и платина или медь далеко не любые. Они должны быть очень чистыми, чтобы даже небольшие примеси таких элементов, как железо, не испортили все дело.

Материал для термометра выбран, теперь надо делать сам термометр. Но бесполезно пытаться измерять ядерный магнетизм так же, как электронный. Он слишком слаб, чтобы заметить его способом, показанным на рис. 8.2. Сейчас существуют и значительно более чувствительные магнитометры, но и с их помощью очень трудно выделить ядерный магнетизм на фоне разных паразитных эффектов, связанных с электронным магнетизмом, — не только, скажем, от примесей в образце, но и во всех конструкционных деталях. Выход, однако, есть, и он связан с тем, чтобы измерять ядерную намагниченность избирательно, пользуясь резонансным методом.

Идея его, в сущности, та же, что и у спектрального анализа: надо наблюдать взаимодействие электромагнитной волны резонансной частоты с веществом. Только, в отличие от спектра молекул и атомов, для ядер резонансная частота зависит от магнитного поля и равна  $\omega_{\text{яд}} = \mu_{\text{яд}} \cdot B/\hbar$ , так

как разность энергий в магнитном поле есть  $\mu_{\text{яд}} \cdot B$ . Эти частоты лежат в радиодиапазоне.

Ядра могут сильно поглощать радиочастотный сигнал в том случае, если его частота  $\omega$  совпадает с  $\omega_{\text{яд}}$ , т. е., если квант энергии электромагнитного излучения точно равен расстоянию между уровнями ядер в магнитном поле. Мощность излучения расходуется на то, чтобы поворачивать магнитные моменты ядер, увеличивая их энергию. Но всегда есть ядра, уже обладающие этой более высокой энергией. Они тоже взаимодействуют с излучением, однако увеличивать энергию им уже некуда, и они, наоборот, ее излучают.

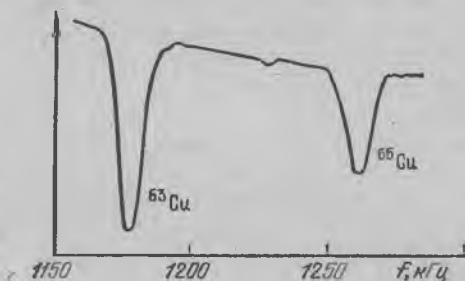


Рис. 8.3. Сигнал ядерного магнитного резонанса для ядер меди (изотопы  $^{63}\text{Cu}$  и  $^{65}\text{Cu}$ ) при  $T = 0,65$  К. При записи сигнала магнитное поле  $B = 0,104$  Тл было постоянным, а изменялась частота сигнала генератора (Дж. Дж. Мередит, Г. Р. Пикетт, О. Г. Симко, 1973).

Поэтому, если бы было  $N_+ = N_-$ , то сколько энергии поглощалось бы, столько же и излучалось, и никакого резонанса не наблюдалось бы. И только потому, что  $N_- > N_+$ , появляется резонансное поглощение (рис. 8.3). А так как  $(N_- - N_+) \propto \mu_{\text{яд}} B / kT$ , то амплитуда наблюдаемого резонанса пропорциональна  $1/T$  и может служить мерой температуры.

Частота, на которой работает ядерный термометр, обычно лежит в диапазоне  $100 \text{ кГц} \div 1 \text{ МГц}$ , а поля —  $0,01 \div 0,1$  Тл. Уменьшить поле, а, значит, и частоту, нельзя: слишком слабым будет сигнал. Это очевидно, так как поглощаемая энергия пропорциональна  $\hbar\omega$ , умноженному на разность числа ядер с магнитным моментом, направленным по и против поля  $B$ . Отсюда поглощение при ядерном резонансе пропорционально  $\omega^2$ . Но наш термометр изготовлен из металла, и в нем возбуждаются вихревые токи. Эти токи таковы, что ослабляют переменное поле, так что уже на очень малом расстоянии от поверхности никакой электро-

магнитной волны не остается. И чем выше частота, тем тоньше слой, в котором есть переменное поле. Поэтому в сплошном образце из платины (или меди) только ничтожная часть ядер может участвовать в резонансе. Приходится сердечник катушки набирать из тысяч тонких полосок толщиной в сотые доли миллиметра, да еще и изолированных друг от друга.

Итак, видите, сколько хлопот, чтобы измерить температуру! Но самое обидное, что, несмотря на все усилия, с ядерным термометром удастся продвинуться до температуры всего  $\sim 1$  мК. И причина одна — чем ниже температура, тем хуже теплообмен как между ядрами и веществом термометра, так и между термометром и тем, чью температуру надо измерить. При  $T \ll 1$  мК ядерные магнитные моменты попросту не успевают «остыть», каким бы длительным ни был эксперимент.

Однако мы делим шкуру неубитого медведя: пытаемся измерять температуры, которые еще неизвестно как получать. Правда, один способ мы уже знаем — криостат растворения. Но и с его помощью невозможно получить температуру ниже нескольких милликельвинов. Выход подсказывает аналогия с идеальным газом.

В четвертой главе был описан способ получения низких температур при адиабатическом — т. е., без подвода тепла — расширении газа, другими словами, путем уменьшения его давления. То же самое верно и для насыщенных паров гелия: можно по их давлению определять температуру, а можно, меняя их давление, управлять самой температурой.

Теперь очередь за парамагнетизмом. И здесь, оказывается, одно и то же свойство вещества можно использовать и для измерения температуры, и для ее изменения.

Пусть у нас есть свободный атом, расположенный в магнитном поле и обладающий магнитным моментом. Изменим поле от величины  $B_1$  до  $B_2$ , не меняя направления. Может ли при этом повернуться магнитный момент? Взглянем опять на рамку с током (см. рис. 8.1). Если она находится в одном из положений  $b$  или  $b'$ , то действующий на нее момент сил равен нулю в поле любой величин, и поворачиваться при изменении поля она не будет. То же самое верно и для атома.

Вместо отдельного атома поместим между полюсами магнита парамагнетик, находящийся в криостате и охлажденный с его помощью до температуры  $T_1$ , и включим магнит-



ное поле  $B_1$ . Пока поля не было, спины были ориентированы произвольно. Но, только что мы выяснили, что и после включения поля с ними ничего не произойдет, и количество их, направленное по и против поля, будет в точности одинаковым. А как же тогда быть с формулой (8.7)? Тут есть одно важное обстоятельство: и эта формула и закон Больцмана, на основе которого она получена, справедливы только тогда, когда установилось термодинамическое равновесие. Но никакого равновесия сразу после включения поля не возникает, более того, можно сказать, что «газ» спинов оказывается нагретым до бесконечно высокой температуры. Чтобы в этом убедиться, достаточно прологарифмировать формулу (1.4) и мы получим для температуры спинов или, что то же — для температуры магнитных моментов

$$T = \frac{\mu B}{k \ln(N_-/N_+)}, \quad (8.9)$$

т. е.  $T = \infty$  при  $N_- = N_+$ .

Если, однако, подождать, то со временем равновесие опять восстановится, и спины остынут до температуры  $T_1$ , т. е. часть спинов перевернется и появится их преимущественная ориентация вдоль поля  $B$ . Сколько ждать — зависит от вещества: может быть, доли секунды, а может, и жизни не хватит. Будем считать, что мы все же дождалась равновесия. А теперь разрушим тепловой контакт между образцом и криостатом, а поле уменьшим до величины  $B_2$ . Опять в первый момент со спинами ничего не произойдет, и мы можем написать  $e^{-\mu B_1/kT_1} = e^{-\mu B_2/kT_2}$ , т. е. газ магнитных моментов остыл до температуры

$$T_2 = \frac{B_2}{B_1} T_1. \quad (8.10)$$

Опять это состояние не равновесное, но теперь уже спины нагреваются (ведь  $T_2 < T_1$ !) и за счет этого охлаждается сам образец. К счастью, при температурах ниже  $\sim 1$  К теплоемкости веществ малы, поэтому, если действовать правильно, то конечная температура будет лишь немного выше  $T_2$ .

Если исходить из формулы (8.10) для  $T_2$ , то покажется, что лучше всего поле вовсе выключить. Но это не так — ведь то количество тепла, которое могут забрать спины от охлаждаемого образца, пропорционально энергии, которую необходимо затратить для переворота каждого из них, т. е.  $\mu B_2$ . Если поле выключить совсем, то хотя магнитные мо-

менты и остынут до очень низких температур, охлаждение всего образца окажется небольшим. Поэтому для получения как можно более низких температур нужно, чтобы  $B_1$  было по возможности больше, а температура  $T_1$ , при которой начинается размагничивание, — поменьше.

Когда речь шла о парамагнитном термометре, то выяснилось, что из-за взаимодействия в системе спинов рано или поздно наступает порядок. Температура, при которой это происходит, очевидно, предельная, до которой можно охладить парамагнитную соль. То, что мы говорили о магнитных моментах атомов, годится и для ядер. Поэтому так же, как для измерения температуры  $< 1$  мК нужен ядерный термометр, для получения таких температур приходится размагничивать ядра. Здесь появляется очень интересное обстоятельство. Если мы хотим охлаждать что-то при помощи размагничивания ядер, то возникает та же самая проблема, что и при термометрии — невозможность теплообмена с ядрами. Из-за этого минимально достижимые температуры составляют лишь доли от милликельвина. Но если цель исследования — магнитные свойства, обязанные своим возникновением именно ядрам, то достаточно охладить только их, и тут плохой теплообмен скорее помощь, чем помеха. И предел достижимых температур сдвигается в область микрокельвинов.

Вот как выглядит один из реально созданных криостатов (рис. 8.4). Это устройство с четырьмя (считая ниже 4,2 К) ступенями размещается в большой ванне с  $^4\text{He}$ . В его верхней части находится сосуд с  $^4\text{He}$ , имеющий благодаря откачке паров из него температуру 1,1 К. Под ним расположен объем, заполненный  $^3\text{He}$ , охлажденным до 0,3 К. К этому объему через устройство, называемое тепловой ключ, подвешена ступень парамагнитного охлаждения. Она изготовлена так: пучок тонких медных проволок был помещен в раствор церий-магниевого нитрата, и прямо на нем выросли кристаллы, заполнившие все пространство между проволоками. Благодаря такой конструкции тепло сравнительно хорошо передается от соли к медным проводам, которые с одной стороны подпаяны к верхнему тепловому ключу, а с другой — к нижнему. К нему же подпаяны 12 тысяч изолированных и склеенных между собой медных проволочек диаметром 40 мкм, образующих ступень ядерного размагничивания и одновременно ядерного термометра.

Из тех узлов, которые тут упомянуты, новое для нас — тепловые ключи. Это кусочки сверхпроводящего металла,

например, олова, помещенные внутрь соленоидов. Если через соленоиды пропустить ток, то возникающее магнитное поле разрушает сверхпроводимость. Оказывается, теплопроводность вследствие этого возрастает при низких температурах в тысячи раз (об этом мы поговорим подробнее

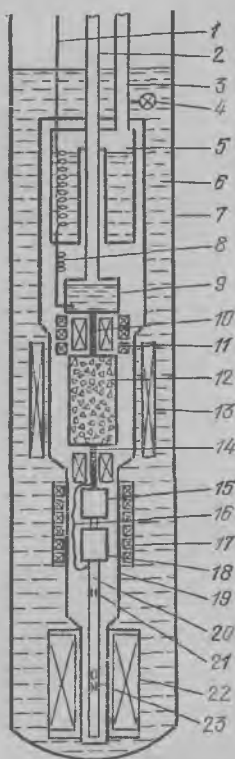


Рис. 8.4. Устройство криостата с размагничиванием ядер: 1 — ввод  $^3\text{He}$ ; 2 — труба откачки  $^3\text{He}$ ; 3 — труба откачки  $^4\text{He}$ ; 4 — клапан, открываемый для заливки  $^4\text{He}$  во внутреннюю камеру 5, имеющую температуру 1,1 К; 6 — ванна с  $^4\text{He}$  при  $T = 4,2$  К; 7 — стенка дьюара с многослойной экранно-вакуумной изоляцией; 8 — сужение в капилляре, создающее большое гидросопротивление потоку  $^3\text{He}$  (это нужно для того, чтобы в ванне 9 получить при откачке паров  $^3\text{He}$  низкое давление, соответствующее  $T = 0,3$  К); 10, 14 — тепловые ключи с магнитами; 11, 17 — магниты, компенсирующие магнитное поле соленоида 13, предназначенного для размагничивания церий-магниевого нитрата 12 (индукция поля, создаваемого соленоидом, равна  $\sim 1$  Тл); 15 — устройства для измерения ядерной магнитной восприимчивости; 16 — теплопровод из медной проволоки; 18 — камера, в которой находится изучаемый образец; 19 — вакуумный экран; 21, 23 — магнитные системы для измерения ядерного магнитного резонанса в пучке медной проволоки 20 на разных ее участках; 22 — магнит (6 Тл) ступени ядерного размагничивания (Д. Л. Штольф, 1973).

в одиннадцатой главе). Тепловые ключи во время намагничивания соли и меди обеспечивают хороший тепловой контакт с предыдущей ступенью охлаждения, который можно нарушить и надежно теплоизолировать и соль, и медь как от ванны с  $^3\text{He}$ , так и друг от друга.

Мы остановились на уровне температуры 0,3 К. Адиабатически размагничивая соль, охлажденную до 0,3 К, уменьшая поле от  $\sim 1$  Тл до  $\sim 0,15$  Тл, удается понизить температуру до 10—15 мК. И, наконец, в последней ступени при уменьшении поля от 5,7 Тл до 0,025 Тл температура медного блока падала до 0,25 мК.

Теперь можно построить прибор и иначе: заменить вторую и третью ступени криостатом растворения. Чаще поступают именно так; правда, слово «чаще» здесь не очень уместно: во всем мире насчитывается всего лишь несколько установок, позволяющих получать температуру  $< 1$  мК. Их создание и работа с ними — очень трудная задача, и здесь описана лишь малая часть вопросов, которые придется решать при их конструировании. Что же касается получения еще более низких температур, то это достойная задача для будущих исследователей.

На этом можно было бы поставить точку в этой главе. Но за нами остался должок: в седьмой главе мы упомянули про аномальное поведение перехода жидкий — твердый  $^3\text{He}$ , не объяснив в чем же дело. Теперь мы это исправим.



Рис. 8.5. Схема взаимной ориентации ядерных спинов в твердом  $^3\text{He}$  при  $T = 0$  (а), т. е. в антиферромагнитном состоянии, и при  $T \geq T_{\text{ф.п}} \approx 0,002$  К (б).

Предположим, что мы охладили  $^3\text{He}$  до  $T = 0$  К. Тогда тепловое движение полностью отсутствует и в жидком, и в твердом гелии, нет никакой теплоты перехода, и кривая плавления идет горизонтально. Все точно так же, как и для  $^4\text{He}$ , только «горизонтальность» кончается уже при  $1 \div 2$  мК, а не при  $\sim 1$  К, как для  $^4\text{He}$ . Различие столь огромно, что сразу ясно: причиной должно быть не количественное, а качественное отличие атома  $^3\text{He}$  от  $^4\text{He}$ . Что это за отличие, мы знаем: у ядра  $^3\text{He}$  есть спин и связанный с ним магнитный момент. И вот эти магнитные моменты атомов в твердом  $^3\text{He}$  при температуре  $T \approx 2$  мК из-за их взаимодействия выстраиваются в регулярную структуру — у каждой пары соседних атомов спины смотрят в разные стороны (рис. 8.5, а). Такое состояние, называемое антиферромагнитным, в природе встречается ничуть не реже, чем ферромагнитное, характерное для железа, в котором все магнитные моменты атомов параллельны друг другу.

Энергия взаимодействия в расчете на одну частицу ( $E$ ) и температура фазового перехода  $T_{\text{ф.п}}$  в упорядоченное состояние — будь то образование атомов из ионов и электронов, твердого тела из пара или магнитное упорядочение —

всегда имеют одинаковый порядок величины  $E \approx kT_{\text{ф.п.}}$ . При  $kT_{\text{ф.п.}} \gg E$  — полный беспорядок (рис. 8.5, б), так как в соответствии с законом Больцмана равно заполнены все допустимые состояния, различающиеся по энергии в пределах  $E$ . При этом в среднем ровно половина моментов смотрит вниз, и столько же — вверх. При  $T = 0$  тоже половина моментов смотрит вверх, половина вниз, но расположены они уже совсем иначе. Какой бы атом мы ни взяли, магнитные моменты его ближайших соседей направлены в другую сторону, чем у него. Вероятность застать соседа с тем же направлением момента равна нулю.

Чтобы разрушить магнитный порядок, нужно нагреть твердый  ${}^3\text{He}$ . Грубую оценку количества необходимого для этого тепла получить нетрудно: если энергия взаимодействия  $\sim kT_{\text{ф.п.}}$ , то, чтобы полностью разрушить порядок, надо в расчете на один атом подвести примерно такую же энергию. А так как в 1 моле твердого  ${}^3\text{He}$ , занимающем объем  $\sim 40 \text{ см}^3$ , содержится  $\sim 6 \cdot 10^{23}$  атомов, то для нагрева этого количества нужно  $\sim 3 \cdot 10^{-26} \times 6 \cdot 10^{23} \sim 2 \cdot 10^{-2}$  Дж. Для температур, измеряемых милликельвинами, это гигантское количество энергии!

Так обстоит дело в твердом  ${}^3\text{He}$ . А в жидкости, когда атомы путешествуют от места к месту и все время меняют соседей, максимальный порядок — это то же, что для твердого  ${}^3\text{He}$  мы назвали полным беспорядком: невозможно сказать, куда смотрит твой сосед, но в среднем половина из них смотрит в одну сторону, половина в другую.

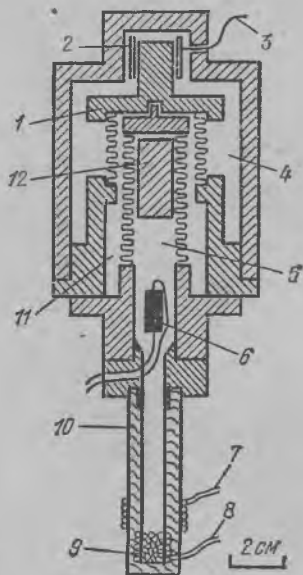
Таким образом, при  $T \gtrsim 0,002 \text{ К}$  с тепловым движением — т. е. с нарушением порядка в системе спинов — в твердом  ${}^3\text{He}$  связана большая энергия, чем в жидком  ${}^3\text{He}$  при той же самой температуре. Именно поэтому при плавлении тепло выделяется, а при кристаллизации — поглощается. Не правда ли, прекрасное явление: тепловой эффект (он называется эффектом Померанчука в честь предсказавшего его ученого) наблюдается по той причине, что веществу предстоит (1) испытать фазовый переход при температуре куда более низкой, чем есть в приборе.

Эффект Померанчука послужил основой для еще одного способа охлаждения, который, в сущности, тоже является магнитным, хотя никаких магнитных полей для его осуществления не нужно. Вот как может быть устроен такой криостат (рис. 8.6, показана для простоты только самая холодная его часть): он содержит три объема, отделенных друг от друга упругими сильфонами (тонкостенными гофриро-

ванными трубками, легко сжимаемыми вдоль оси) из бронзы, самый внутренний объем заполнен жидким  $^3\text{He}$ , а два других —  $^4\text{He}$ .

Сначала этот прибор охлаждается до  $\sim 0,3\text{ K}$ , и давление  $^4\text{He}$  в обеих камерах повышается до  $\sim 25\text{ атм}$ , т. е. оно становится лишь чуть меньше давления затвердевания  $^4\text{He}$ . Затем внешний объем запирается, а давление  $^3\text{He}$  доводится до  $\sim 29\text{ атм}$  — тоже чуть ниже перехода в твердую фазу для  $^3\text{He}$ . При этом сильфоны растягиваются, благодаря чему  $^4\text{He}$  во внешнем объеме частично становится твердым.

Рис. 8.6. Устройство низкотемпературной части криостата, использующего эффект Померанчука: 1 — верхняя пластина, передающая давление; 2 — кольцевая обкладка конденсатора (его другой обкладкой служит часть пластины 1, при перемещении которой изменяется емкость конденсатора; сигнал, пропорциональный емкости, а значит, и перемещению пластины 1, по проводу 3 подается на внешнее измерительное устройство); 4, 11 — наружная и промежуточная камеры с  $^4\text{He}$ ; 5 — внутренняя камера с  $^3\text{He}$ ; 6 — угольное сопротивление, используемое для контроля температуры; 7, 8 — катушки для измерения ядерного магнитного резонанса в  $^3\text{He}$  и в образце из медной проволоки 9; 10 — хвостовик прибора, изготовленный из эпоксидного компаунда (использование в этом месте диэлектрика позволяет расположить катушку 7 вне гелия); 12 — вспомогательный предмет, используемый для уменьшения объема, занимаемого  $^3\text{He}$  (Д. Д. Ошероф, Р. С. Рихардсон, Д. М. Ли, 1972).



После этого прибор при помощи криостата растворения охлаждается до  $\sim 25\text{ мК}$ , и из промежуточного объема  $^4\text{He}$  выпускается наружу. Усилие, растягивающее сильфоны, уменьшается, и они под действием сил собственной упругости начинают сокращаться и сжимают  $^3\text{He}$ , в результате чего последний затвердевает. Так как в наружной камере есть смесь жидкого и твердого  $^4\text{He}$ , давление в ней все время остается неизменным. Это позволяет использовать сильфоны с тонкими стенками. На долю сильфонов приходится задача создать, сжимаясь, лишь дополнительное давление ( $\sim 1\text{ атм}$ )

в камере. Если сделать, например, камеры с толстыми стенками, способными при деформации развивать давления  $\sim 30$  атм, то в них из-за тех же самых деформаций выделилось бы слишком много тепла, и никакого охлаждения получить не удалось бы. В приборе же, сконструированном так, как показано на рис. 8.6, удалось охлаждать  $^3\text{He}$  до нескольких милликельвинов. И, что существенно, здесь нет проблем с передачей тепла от холодильника к окружающей среде (вспомним, что такая передача плохо происходит при ядерном размагничивании). Холодопроизводительность криостата, использующего эффект Померанчука, при  $T \lesssim 5$  мК в десяток раз выше, чем у криостата растворения, при их сравнимых размерах.

## ГЛАВА 9

### ГЕЛИЙ И ЭЛЕКТРОНЫ

В предыдущих главах мы много писали о получении низких температур и о свойствах гелия. Конечно, гелий сам по себе интереснейшая жидкость. Но этим физика низких температур далеко не исчерпывается. Вот, например, одна из тем — гелий и «свободные» электроны. Возникла эта тема из вопроса: может ли жидкий гелий проводить электрический ток? На первый взгляд этот вопрос кажется нелепым: жидкий гелий — прекрасный диэлектрик, можно, например, заполнить им зазор между пластинами конденсатора, приложить к ним напряжение и никакого тока не обнаружить.

А что, если в жидкий гелий ввести свободные электроны? Одним из первых, задумавшихся над этим вопросом, был А. И. Шальников. Он поместил в жидкий гелий радиоактивный  $\beta$ -источник и стал изучать, как вылетающие из него электроны движутся под действием электрического поля. Этот опыт схематически представлен на рис. 9.1: на дне сосуда с гелием расположена «третиевая мишень» — таблетка из молибдена. На одной стороне ее — очень рыхлый слой оксида молибдена, поры в котором заполнены тритием. Тритий распадается, испуская  $\beta$ -частицы с энергией в несколько килоэлектронвольт, и становится  $^3\text{He}$ . Эти  $\beta$ -частицы сталкиваются с атомами гелия. Так как их энергия намного превышает энергию ионизации атома гелия, то при столкновениях они разбивают его на электрон и ион

He<sup>+</sup>. Прежде чем  $\beta$ -частица растратит всю свою энергию и остановится на расстоянии от мишени, составляющем доли миллиметра, она успеет создать  $\sim 200$  таких пар. Конечно, разлетевшиеся электроны и ионы притягиваются друг к другу и вновь создают атомы. Но так как  $\beta$ -частицы вылетают непрерывно, то возле мишени все-таки будет существовать облако электронов и ионов.

Расположим над электродом — мишенью металлическую сетку и подадим на нее напряжение в несколько десятков или сотен вольт. Если ее потенциал положителен относительно мишени, то к сетке устремятся электроны, если отрицателен — то ионы. Проскочив в ячейки сетки, они окажутся там, где электрического поля пока что нет, и здесь

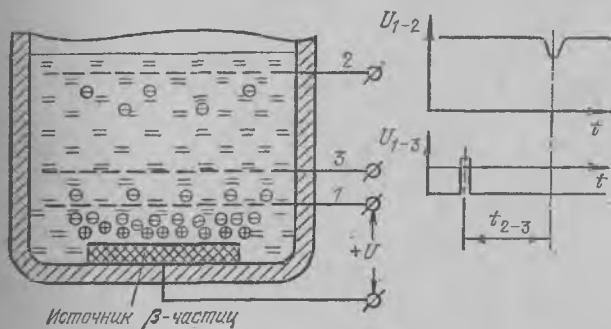


Рис. 9.1. Слева — схема устройства прибора для изучения движения электрических зарядов в гелии; справа — диаграмма напряжений между сетками 1—2 и 1—3, поясняющая способ измерения подвижности электронов по времени пролета.

останутся заряды только одного знака (либо электроны, либо ионы). Можно изучать, что же собой представляют электроны и ионы в жидком гелии.

Прежде всего надо, конечно, проверить, есть ли действительно над сеткой свободные заряды? Для этого поместим в наш сосуд еще одну сетку (2) и между сетками 1 и 2 приложим напряжение. Тут же мы увидим, что при одной полярности ток идет, при другой — нет, в зависимости от знака зарядов над сеткой 1. Итак, оказалось, что заряды действительно можно разделить в пространстве, и они могут двигаться в гелии. Но, к сожалению, измеряя ток, очень трудно делать количественные выводы.

Чтобы понять, почему это так, вспомним, что такое электрический ток. Это, по определению, число зарядов,



проходящих через поперечное сечение проводника в секунду. Представим теперь, что наш проводник, — в данном случае жидкий гелий, — однородно заполнен зарядами с плотностью  $N$  см<sup>-3</sup>. Эти заряды находятся в непрерывном тепловом движении, но никакого тока в среднем нет. Чтобы пошел ток, к электронам надо приложить силу. Таковую силу создает электрическое поле  $E$  и она равна  $eE$ . Ускорение каждого заряда с массой  $m$  равно  $eE/m$ , и за время  $\tau$  они приобретают скорость направленного движения  $v = eE\tau/m$ . Что это за время  $\tau$ , которое надо вставить в формулу? Заряд путешествует не в вакууме, а в плотной среде, которая с микроскопической точки зрения неоднородна — ведь это жидкость, а не кристалл. Заряд, конечно, будет испытывать столкновения с атомами гелия. А при каждом столкновении направление движения будет изменяться совершенно случайным образом. Значит, та скорость, которую он получил под действием поля, после столкновения может получить любое направление в пространстве. Надо начинать все сначала, т. е. от нуля набирать скорость вдоль  $E$  — и так от столкновения до столкновения.

Из этой картины видно, что в среднем скорость направленного движения вдоль электрического поля равна  $v = eE\tau/m$ , где  $\tau$  — это среднее время от столкновения до столкновения. Значение  $E$  задает экспериментатор, а свойства системы содержатся во множителе

$$\mu = e\tau/m, \quad (9.1)$$

который называется подвижностью зарядов. Ну, а ток через проводник с площадью сечения  $1$  см<sup>2</sup>, очевидно, равен

$$I = Ne \cdot \mu E. \quad (9.2)$$

Измерить его можно, но очень трудно найти в отдельности  $N$  и  $\mu$ , ведь обе эти величины неизвестны.

Можно, однако, эксперимент немного видоизменить. Будем для определенности говорить о движении электронов. Введем сетку  $3$  — между сеткой  $1$  и сеткой (анодом)  $2$ , — которую назовем управляющей. Подадим на нее отрицательное напряжение относительно сетки  $1$ , которое не позволяет электронам проникнуть в промежуток управляющая сетка—анод. Поэтому тока в цепи анода не будет. Если на очень короткое время изменить знак напряжения на управляющей сетке, то небольшая порция электронов проскочит через нее и начнет двигаться к аноду. Но анода достигнут они не сразу, а только через какое-то время  $t = d_{2-3}/\bar{v}$ .

Именно через такой промежуток времени в анодной цепи будет зарегистрирован импульс тока. А так как  $E_{2-3} = U_{2-3}/d_{2-3}$ , то можно написать

$$t_{2-3} = d_{2-3}^2 / \mu U_{2-3}. \quad (9.3)$$

Оказалось, что это время не такое уж и короткое — порядка 1 мс. Такие времена измерять сравнительно просто. А узнав его, нетрудно вычислить и подвижность. Какой она получилась при разных температурах, показано на рис. 9.2.

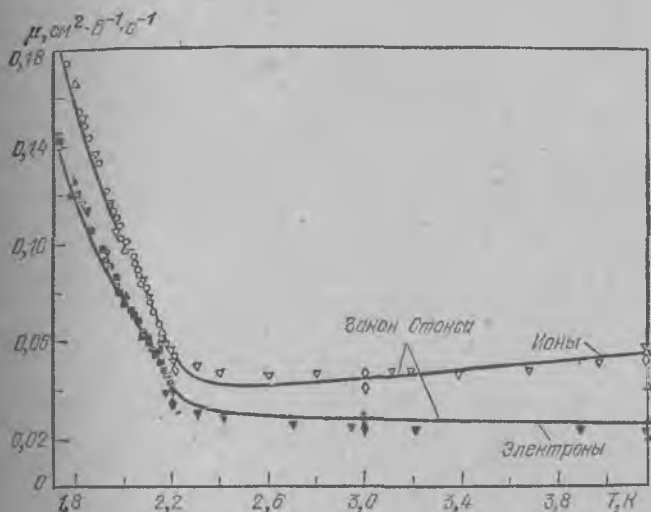


Рис. 9.2. Подвижность положительных (ионы) и отрицательных (электроны) зарядов в жидком гелии. Разные точки — измерения, сделанные в разных лабораториях.

Для электронов при температурах от  $\sim 2,2$  до  $4,2$  К она почти постоянна и равна  $\sim 0,02$   $\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ . Для ионов она раза в два больше. Это очень странно: по формуле (9.1) для тяжелого иона подвижность должна быть в тысячи раз ниже, чем для легкого электрона.

А не скажет ли нам что-нибудь сама величина подвижности? Измеренная величина получилась небольшой, если сравнить ее, например, с подвижностью электронов в полупроводниках, равной  $10^4 \div 10^5$   $\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ . Правда, это еще ни о чем не говорит. Проанализируем выражение для подвижности  $\mu = e\tau/m$ . В этой формуле  $e$  и  $m$  — просто заряд и масса электрона. Они известны, и единственная величина, на значении которой сказываются свойства изучаемой сре-

ды — это время свободного пробега  $\tau = l/v$ , где  $l$  — длина пробега от столкновения до столкновения, а  $v = \sqrt{3kT/m}$  — тепловая скорость электрона. Теперь внимание: длина свободного пробега для микроскопической частицы не может быть меньше межатомного расстояния  $a^*$ ). Раз так, сразу получаем, что подвижность не может быть меньше, чем  $ea/\sqrt{3mkT}$ . Подставим сюда  $a \approx 4,5 \cdot 10^{-8}$  см,  $T \approx 2$  К, заряд и массу свободного электрона и получим, что  $\mu$  обязано быть больше, чем  $10^2$  см<sup>2</sup>/В·с!

А как же эксперимент? Мы только что убедились, что такой низкой подвижности, какая измерена, просто не может быть. И все-таки это факт. В чем же дело? Может быть, электроны не хотят двигаться отдельно от атомов гелия и «тащат» их за собою? При этом, конечно, масса носителя тока будет больше. Насколько больше, нетрудно найти, если подставить в наше неравенство измеренную подвижность и использовать его для оценки  $m$ . Получим громадную величину:  $m \approx 2 \cdot 10^7 m_e \approx 3 \cdot 10^3 m_{\text{He}}$ . Как удастся электрону тащить за собой столько гелия?

Чтобы ответить на этот вопрос, пора вспомнить про соотношение неопределенностей. Начнем с того, что вычислим энергию нулевых колебаний  $W$ , которую должен иметь электрон, чтобы расположиться в промежутке между атомами гелия (т. е. если электрону отводится место с размерами  $\leq a$ ). Тогда  $p \geq 2\pi\hbar/a \approx 1,5 \cdot 10^{-24}$  кг·м/с и по порядку величины  $W \approx p^2/2m_e \approx 10^{-18}$  Дж  $\sim 6$  эВ. Эта энергия, которая называется энергией внедрения, измерена и в действительности равна  $W = 1,0$  эВ. По сравнению с энергией связи атомов гелия между собой это громадная величина.

А может быть, электроны разрывают связи между атомами, расталкивают их и «очищают» себе свободное место, образуя пузырек в гелии? Если радиус пузырька  $r$  заметно больше  $a$ , то кинетическая энергия электрона значительно уменьшится. (Пузырек, конечно, должен быть сферическим — жидкость однородна.) Но зато появится потенциальная — ведь у пузырька есть поверхность, площадь которой  $S = 4\pi r^2$ , разграничивающая области, где есть или нет гелия. Не будь электрона, такой пузырек был бы обязан схлопнуться под действием сил поверхностного натяжения.

Вам должно быть известно, что поверхностное натяжение — это сила, равная  $\sigma l$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения, а  $l$  — длина границы. Повторим еще

\*) Это утверждение называется правилом Иоффе—Регеля.

раз опыт, описанный в школьном учебнике: возьмем прямоугольную проволочную рамку, одна сторона которой  $AB$  длиной  $l$  может перемещаться с малым трением в вертикальной плоскости (рис. 9.3). Погрузив рамку в сосуд с мыльным раствором, получим мыльную пленку, натянутую на рамку. Подвесим на проволочке  $AB$  груз, вес которого  $mg$  чуть больше, чем  $2\sigma l$ . Тогда проволочка начнет двигаться вниз и потенциальная энергия груза будет переходить в потенциальную энергию пленки. Если груз опустится на  $h$ , то это изменение будет равно  $\Delta U_{\text{п}} = mgh = 2\sigma l h = 2\sigma S$ , где  $S$  — изменение площади пленки, а  $2S$  — полное изменение площади свободной поверхности. Итак,

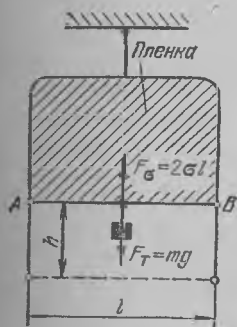


Рис. 9.3. Схема устройства для определения поверхностной энергии жидкости.

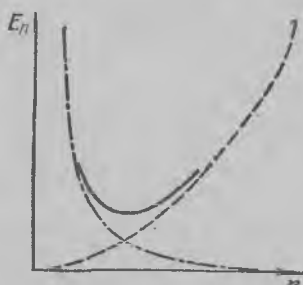


Рис. 9.4. Зависимость кинетической (штрихпунктир), потенциальной (штрих) и полной (сплошная линия) энергии пузырька с электроном от радиуса пузырька.

поверхностная энергия есть просто  $\sigma S$ , и про коэффициент поверхностного натяжения можно сказать, что это — энергия, приходящаяся на поверхность единичной площади.

Поэтому для потенциальной энергии пузырька можем написать  $U_{\text{п}} = 4\pi r^2 \sigma$  (для гелия  $\sigma = 0,38$  мДж/м<sup>2</sup>). А кинетическая, как и для электрона в атоме, равна  $W_{\text{к}} = \pi^2 \hbar^2 / 2mr^2$  (см. пятую главу). Остается их сложить и посмотреть, при каком радиусе пузырька энергия минимальна — это и есть устойчивое состояние.

Итак, ищем минимум выражения

$$4\pi\sigma r^2 + \pi^2 \hbar^2 / 2mr^2. \quad (9.4)$$

Нарисуем его график (рис. 9.4) и увидим, что минимум лежит при том значении  $r$ , при котором  $U_n = W_k$ . Исходя из этого, получаем

$$r = (\pi \hbar^2 / 8m\sigma)^{1/4} \approx 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ см} \approx 4a. \quad (9.5)$$

Ну, а из пузырька с радиусом  $4a$  будет вытеснено  $\frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 \approx \approx 250$  атомов гелия.

Если говорить о движении в электрическом поле, то все равно — тащит ли за собой электрон атомы или, наоборот, дырку в жидкости: в обоих случаях происходит перемещение массы. Только в одном случае — туда же, куда движется электрон, а в другом — в обратном направлении. Поэтому в оценку для подвижности мы должны поставить не массу электрона, а массу атомов, вытесненных из пузырька, т. е.  $\sim 250 m_{\text{He}}$ . Это все еще в  $\sim 10$  раз меньше, чем нужно для согласия с опытом. Но такой большой пузырек может иметь «пробег», много меньший межатомного расстояния. Фактически он уже столь велик, что, рассматривая его движение, можно применять те же законы, как и при движении шарика в вязкой жидкости. А такое движение изучал Стокс еще в прошлом веке; если взять его формулу для электронного пузырька, то получается результат, очень близкий к измеренному (см. рис. 9.2). Заодно становится понятным, почему, когда  $T < 2,2 \text{ К}$ , подвижность при понижении температуры быстро растет — наступает сверхтекучесть, и плотность нормальной компоненты, о которую трется пузырек, начинает быстро падать.

А как быть с положительным ионом? Ведь и для него надо потребовать, чтобы масса была куда больше массы гелия, а нулевые колебания тут уже не помогут — они от появления заряда у атома не изменяются. Тут надо учесть другой эффект. Вокруг положительно заряженного иона существует электрическое поле, напряженность которого равна  $e/r^2$ . Соседние атомы гелия поляризуются под его действием (см. пятую главу) и, благодаря этому, притягиваются к иону. Появляющееся из-за этой силы избыточное давление вдали от иона, конечно, мало, но вблизи от него оказывается больше того давления, при котором гелий затвердевает. Поэтому вокруг иона образуется «льдышка», радиус которой, как показывают расчеты, равен  $\sim 2a$ , а масса  $m^+ \approx 50 m_{\text{He}}$ . «Льдышка» меньше электронного пузырька, потому и подвижность ее выше.

Но не домыслы ли все это? Странные, как ни говори, образования — пузырек с радиусом всего  $\sim 18 \text{ \AA}$ , а льды-

шка и того меньше. Все наши соображения были резонны, за исключением одного: можно ли применять для таких мелких «предметов» понятия поверхностного натяжения и давления затвердевания? В самом деле, если речь идет, скажем, о двух атомах — можно ли о них говорить, что они образуют жидкий или твердый гелий? А сколько нужно их взять, чтобы это приобрело смысл? В общем, для разрешения неясного вопроса одного результата — подвижности — еще маловато. Вот если бы удалось заряды взвесить ... Уда-лось!

Как это было сделано? Пришлось заряды остановить — сделать это просто, достаточно в нашем приборе (см. рис. 9.1) уровень гелия опустить ниже второго электрода. Тогда под действием поля электроны или ионы дойдут до границы раздела и остановятся. Чтобы понять, почему произошла остановка, посмотрим, какие силы действуют на заряд вблизи границы вакуума и диэлектрика, каковым, в част-ности, является гелий.

Подобную задачу мы уже решали, когда речь шла о пленке гелия и силах Ван дер Ваальса, только теперь она проще. Пусть электрон не внутри гелия, а вне его, и рас-стояние от него до границы есть  $R$ . Поле, действующее на атомы, расположенные у поверхности, со стороны элек-трона  $E = e/R^2$ . Оно вызывает поляризацию атомов, и ана-логично тому, как решалась задача 9, нетрудно подсчи-тать \*), что сила притяжения между атомом и электроном  $f = 2ae^2/R^5$ . Остается просуммировать по всем диполям, а так как сила быстро спадает с расстоянием, то учтем только ближайšie, число которых, как и в случае с силами Ван дер Ваальса, опять же пропорционально  $R^3/a^3$ . Итак, электрон притягивается к диэлектрику с силой

$$F \propto \frac{ae^2}{R^2 a^3} \approx \frac{Nae^2}{R^2}, \quad (9.6)$$

так как плотность частиц  $N = 1/a^3$ .

Замечательный результат: мы получили тот же закон взаимодействия, как и для двух точечных зарядов. Один из них  $e$ , а другой  $Nae$ . Вспомним, что диэлектрик характе-ризуется диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , равной еди-нице для вакуума и тем большей, чем выше поляризуе-мость составляющих диэлектрик частиц и чем больше их

\*) *Задача 12.* Вычислить силу притяжения электрона к атому, если расстояние между ними много больше радиуса атома.

число в единице объема. Формула, связывающая  $\epsilon$  и  $\alpha$ , выглядит так (пока  $\epsilon$  мало отличается от 1):

$$\epsilon = 1 + 4\pi N\alpha. \quad (9.7)$$

Учтя это, получим

$$F \propto \frac{(\epsilon - 1) e^2}{R^3}. \quad (9.8)$$

Формула эта выглядит красиво, но хотелось бы знак пропорциональности заменить на знак равенства. Более того, она пока что не совсем правильна: мы не учли экранирующее действие самих диполей — ведь те диполи, которые находятся ближе к поверхности, своим полем действуют на более удаленные слои в противоположном направлении, чем внешний электрон. И если  $\epsilon$  велико, то это воздействие существенно. Мы не учитывали этот эффект, когда говорили о силах Ван дер Ваальса, так как там, фактически, лишь самые поверхностные слои принимают участие во взаимодействии. А теперь силы спадают с расстоянием медленнее, и взаимодействие диполей надо учитывать, так что точные расчеты приводят к формуле \*)

$$F = \frac{(\epsilon - 1) e^2}{4(\epsilon + 1) R^3}. \quad (9.9)$$

Поскольку нас интересует жидкий гелий, а у него  $\epsilon = 1,057\dots$ , то вместо (9.9) будем использовать упрощенную формулу, точность которой достаточно высока:

$$F = \frac{(\epsilon - 1) e^2}{8R^3}. \quad (9.10)$$

Ну, а что, если электрон находится не в вакууме, а в диэлектрике? Продолжим мысленно диэлектрик дальше границы. Тогда в бесконечном диэлектрике силы никакой нет, так как все однородно. Но добавленная (мысленно) часть создает, как мы уже установили, силу притяжения. Значит, если эту часть отбросить, то оставшаяся сила будет силой отталкивания и будет равна  $-(\epsilon - 1)e^2/8R^3$ .

Вот мы, наконец, и добрались до ответа: электрон (и ион тоже) не может выбраться из гелия, так как на него вблизи границы действует сила отталкивания. Если поле

---

\*) *Задача 13.* Покажите, что формула (9.9) дает правильный результат для силы, с которой заряд притягивается к металлу. Укажи: металл—это диэлектрик с  $\epsilon = \infty$ , так как внешнее постоянное электрическое поле в него не проникает, т. е. ослабляется в бесконечное число раз.

между электродами равно  $E$ , то электронный пузырек (или ион) «остановится» на расстоянии  $R_0$  от границы раздела. Оно определяется условием

$$eE = \frac{(e-1)e^2}{8R_0^3}. \quad (9.11)$$

Подставим сюда  $E \approx 1$  CGSE (т. е. 300 В/см) и получим  $R_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$  см — большая величина не только в атомных масштабах, но и по сравнению с радиусом электронного пузырька.

Конечно, вы догадались, что слово «остановится» не зря появилось в кавычках — у электронного пузырька есть кинетическая энергия из-за теплового движения и поэтому он будет колебаться возле положения равновесия. Можно определить частоту этих колебаний точно так же, как вычисляется частота колебаний любого маятника \*) и ответ такой:

$$\omega = 2 \left( \frac{2E^3 e}{e-1} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{m_{-(+)}}}. \quad (9.12)$$

На этот раз можно забыть про квантовые законы и считать пузырек классической частицей — он слишком массивен, поэтому энергия нулевых колебаний очень мала. При  $E = 1$  CGSE и  $m_{-(+)} \approx 100m_{\text{He}}$  получим  $\omega \approx 10^9$  с<sup>-1</sup> или, для обычной частоты,  $\nu = \omega/2\pi = 200$  МГц. Глядя на формулу (9.12), становится понятным, как взвесить электронный пузырек: надо к электродам 1 и 2 приложить не только разность потенциалов  $U_{1-2}$ , создающую поле  $E_{1-2}$ , но и дополнительно переменное поле на частоте  $\nu_{\text{вн}} \approx 100$  МГц. Если теперь медленно менять поле  $E_{1-2}$ , то при каком-то его значении частота колебаний пузырька совпадет с  $\nu_{\text{вн}}$  и тогда (если хватит чувствительности) будет виден резонанс, такой, как показан на рис. 9.5. Остается подставить в формулу (9.12) все известные теперь величины — и дело сделано. Так и удалось определить массу электронного пузырька  $m_- = (243 \pm 5) m_{\text{He}}$  и ионной «льдышки»  $m_+ = (45 \pm 2) m_{\text{He}}$ .

А что будет, если опыт с электронами «перевернуть» — подвести электрон к гелию не изнутри, а снаружи? Конечно, если это делать грубо, т. е. если направить на поверхность гелия, например, от обычного катода пучок электро-

\*) *Задача 14.* Вычислить частоту колебаний заряда в гелии вблизи поверхности жидкости.



нов с высокой энергией, то они внедряются в жидкость и уйдут на нижний электрод. Но если их энергия меньше 1 эВ — а мы уже говорили, что это и есть энергия внедрения в жидкий гелий, — то они не смогут проникнуть в него. Но и отойти от поверхности электроны не смогут — ведь они притягиваются к диэлектрику! Где же теперь окажется электрон?

Качественный ответ дать легко — надо опять воспользоваться соотношением неопределенностей и, аналогично тому, как мы делали для электронного пузырька в гелии, найти среднее расстояние от электрона до поверхности гелия. Прodelайте эти несложные расчеты \*) и вы увидите,

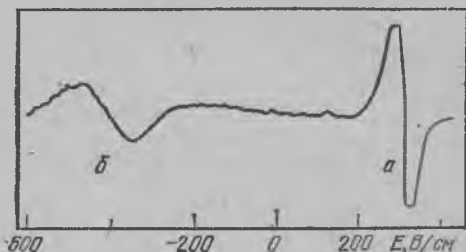


Рис. 9.5. Резонансные линии для ионной «льдышки» (а) и электронного «пузырька» (б) при частоте 208 МГц и  $T = 0,7$  К. Линия для анионов соответствует условию  $2\mu_{\text{вн}} = 2\omega$ . (Ж. Пуатрено, Ф. М. Б. Вильямс, 1972.)

что среднее расстояние от электрона до поверхности — т. е. неопределенность его координаты — имеет величину  $\sim 100$  Å. Получается вполне квантовый объект с размерами уже скорее макро-, чем микроскопическими. Но это всего один размер — по вертикали. А по горизонтали на электрон вообще никакие силы не действуют, и его движению в плоскости поверхности ничто не мешает.

Как изучать экспериментально такие — назовем их «левитирующими» — электроны? Ну, например, при помощи прибора, схема устройства которого показана на рис. 9.6. Здесь мы опять видим два электрода; нижний, заряженный положительно, и верхний — отрицательно. Для чего вообще нужны электроды? Ведь пока ни о каком внешнем поле речи не было. Верно, но ведь и разговор

\*) *Задача 15.* Оценить среднее расстояние от электрона, расположенного над жидким гелием, до поверхности жидкости.

шел об одном электроне. А один-единственный электрон и не заметишь, нам их нужно много. Если же электронов много, то они расталкиваются из-за действия кулоновских сил. Поэтому, чтобы удержать их в ограниченных пределах прибора, нужно внешнее электростатическое поле, втягивающее электроны в зазор конденсатора. Это поле и создается электродами.

Включим на мгновение источник электронов — это может быть, например, тонкая проволочка из вольфрама, нагреваемая импульсом тока, — и увидим, что уровень гелия в зазоре между электродами опустился! (рис. 9.7).

Понятно, почему так происходит: каждый электрон давит на жидкость с силой  $eE$  (здесь  $E$  — напряженность внешнего поля), и если  $n$  электронов приходится на квадратный сантиметр, то там, где они есть, т. е. в зазоре между электродами, появится дополнительное давление на жидкость  $P = neE$ . Это

давление может быть уравновешено гидростатическими силами благодаря появлению разности уровней гелия внутри и вне конденсатора, так что

$$neE = \rho gh. \quad (9.13)$$

Вычислить и  $n$ , и  $E$  нетрудно, если учесть, что до включения источника электронов между нижним и верхним электродами действовало электрическое поле, равное  $E_{\text{внч}} = U/d$  (для простоты мы сейчас пренебрегаем малым отличием  $\epsilon$  для гелия от единицы). Потом мы включили катод, и эмитируемые им электроны под действием этого поля двинулись вниз и начали скапливаться на поверхности жидкости, создавая поле, которое над гелием действует навстречу  $E_{\text{внч}}$ . Когда эти два поля сравниваются по абсолютной величине, то не остается сил, притягивающих новые порции электронов к жидкости, так как поле над ней становится попросту нулевым. Значит, потенциал на поверхности становится равным потенциалу верхнего электрода, мы можем его мысленно убрать и считать, что разность напряжений  $U$  приложена между разнесенными на расстоя-

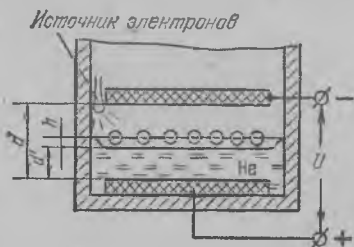


Рис. 9.6. Прибор для наблюдения левитирующих электронов.

яние  $d'$  нижним электродом и «электродом» из одних электронов, расположенных точно на поверхности гелия.

Остается проделать несложные расчеты \*) и получить

$$ne = \frac{U}{4\pi d'}; \quad E = \frac{U}{2d'}. \quad (9.14)$$

Подставим эти величины в (9.13) и определим разность уровней

$$h = \frac{U^3}{8\pi d'^2 \rho g}. \quad (9.15)$$

Если, например,  $U = 1$  CGSE,  $d = 0,1$  см, то  $E = 5$  CGSE и  $h = 0,25$  мм. То же самое получается и на опыте.

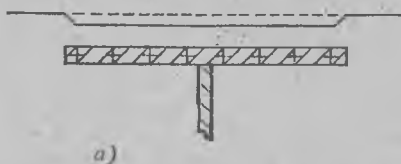


Рис. 9.7. *а* — схема прибора и *б* — фотография поверхности гелия, «продавленной» силами, действующими на электроны. Электрическое поле, действующее на электроны,  $\sim 10^3$  В/см (Р. С. Крэделл, Р. Вильямс, 1972).

А что, если бы мы взяли  $U = 10$  CGSE? Тогда, казалось бы, куда лучше будет видно изменение уровня — ведь  $h$  увеличилось бы в 100 раз! Но дело в том, что есть максимальное значение  $E$ , выше которого система электронов на

\*) *Задача 16.* Определить концентрацию электронов на поверхности гелия, если между электродами конденсатора (см. рис. 9.7) приложена разность напряжений  $U$ , и вычислить напряженность действующего на них поля.

поверхности становится неустойчивой. Представьте себе такую картину: имеется бесконечной протяженности конденсатор, внутри которого находится гелий с поверхностным зарядом. Пока электроны распределены строго равномерно, на жидкость действует давление  $P = neE$ . Но если по какой-то причине, например, от случайного толчка, на поверхности жидкости образуется углубление, то плотность электронов в этом месте мгновенно увеличится — ведь там расстояние до нижнего электрода окажется меньше, и электронам выгодно перейти туда. Увеличение плотности приводит к тому, что давление со стороны электронов на гелий возрастет, т. е. электроны будут действовать так, чтобы еще больше увеличить первоначальное возмущение. Есть и силы, стремящиеся вернуть жидкости плоскую поверхность, — поверхностное натяжение и сила тяжести. Это те же самые силы, которые делают плоской поверхность жидкости, пока нет электронов. Но по мере увеличения  $n$  и  $E$  силы, способствующие образованию углублений, возрастают. Если  $n$  становится больше, чем  $\sim 2 \cdot 10^9$  электронов/см<sup>2</sup> (а этому значению  $n$  по формуле (9.14) соответствует  $E \approx 2$  кВ/см), то поверхностное натяжение и гравитация уже не могут вернуть жидкости плоскую поверхность, и начальное возмущение быстро нарастает.

Эту картину удалось сфотографировать скоростной кинокамерой, и несколько кадров, показывающих развитие неустойчивости, приведены на рис. 9.8. Первый кадр — это спокойная заряженная поверхность, продавленная вниз внутри конденсатора. Второй кадр снят после того, как в результате небольшого увеличения разности потенциалов  $U$  произошел переход в неустойчивое состояние. На снимке появилась затемненная полоса — ведь теперь свет сильно рассеивается, многократно отражаясь от возникших на поверхности волн. Если смотреть не сбоку, а под небольшим углом к поверхности, примерно так же, как человек смотрит на море, когда любуется волнами, то и на гелии видны сами волны. Эти волны «раскачиваются» так сильно, что образуются глубокие впадины, в которых собирается много электронов. И от этих впадин отрываются пузырьки, наполненные электронами, и тонут в жидкости (3-й и 4-й кадры). А в результате все электроны уходят с поверхности, и заряд исчезает.

Можно говорить об устойчивости не только электронов над гелием, но и электронов (или положительных ионов) под поверхностью гелия. Причина неустойчивости здесь та

же самая, только теперь электростатические силы действуют снизу вверх и вырывают из жидкости струи, вдоль внутренней поверхности которых заряд стекает на верхний электрод (рис. 9.9).

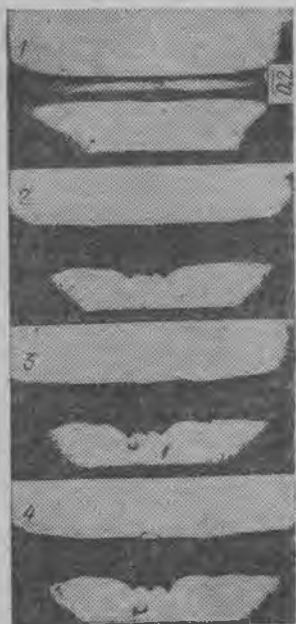


Рис. 9.8. Кадры кино съемки, демонстрирующие развитие неустойчивости и рождение заряженных пузырьков, тонущих в жидком гелии. Время от кадра до кадра  $\sim 0,1$  мс (А. П. Володин, М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, 1977).

Вернемся, однако, к электродам над гелием. Оказывается, что картина потери устойчивости может быть иной. Если опыт проводить не при температурах  $\sim 1$  К, когда трения в гелии практически нет, а при более высоких температурах, скажем, при 4,2 К, то благодаря трению возникающие при потере устойчивости волны успевают



Рис. 9.9. Струйка гелия, вырываемая полем, воздействующим на заряженную изнутри поверхность. Верхний электрод имеет форму сферы, чтобы пробой происходил в одном и том же месте; это облегчает наблюдение картины. (А. П. Володин, М. С. Хайкин, 1978).

успокоиться быстрее, чем будет потерян весь заряд. Но состоянием равновесия будет уже не плоская поверхность: весь заряд распределится по лункам, расположенным в правильной шестигранной решетке (рис. 9.10). Образуется двумерный «кристалл», в узлах которого расположено по многу электронов.

Такой «кристалл» не похож на все известные кристаллы тем, что между соседними «атомами» в нем действуют силы

отталкивания, а не притяжения. Оказывается, что и в этом случае энергетически выгодным является не случайное расположение элементов, а упорядоченное. Что это должно быть так, теоретически показал Вигнер еще в 1934 г. отчего такие кристаллы получили название «вигнеровских». Правда, раньше их создавать не удавалось; строго доказано, что в трехмерном случае нельзя в каком-либо замкнутом объеме собрать частицы только с одним знаком заряда — они обязаны разлететься из-за взаимного расталкивания. А благодаря жидкому гелию их всех удастся собрать



Рис. 9.10. Фотография двумерного «кристалла» из многоэлектронных лунок (светлые участки) на поверхности гелия, снятая под малым углом к поверхности (П. Лейдерер, М. Ваннер, 1979).

на поверхности, где образуется двумерный слой из одних электронов. И можно создать условия, когда формируется упорядоченная структура, видимая глазом.

Но остается вопрос, а может ли образоваться вигнеровский кристалл, в котором в каждом узле решетки будет всего по одному электрону? Простые оценки показывают, что достичь этого можно. Вспомним: обычно для кристаллизации нужно, чтобы энергия связи  $U_{св}$  была сравнима с  $kT$ . Если речь идет об одних электронах, то  $U_{св}$  должна быть пропорциональна энергии кулоновского взаимодействия соседей  $e^2/r \approx e^2\sqrt{n}$ , составляя от нее какую-то долю. Итак, для образования кристалла нужно, чтобы

$$e^2\sqrt{n} = \Gamma kT, \quad (9.16)$$

где множитель  $\Gamma$  и есть величина, характеризующая эту долю. Остается оценить, что  $e^2\sqrt{n} \leq 100 \text{ К}$  (мы взяли максимальное значение для  $n$ , при котором система еще устойчива). Вроде бы есть надежда обнаружить при гелиевых температурах кристаллизацию, если только  $\Gamma$  не очень велика. Вот только как это сделать? Это удалось сделать, изучая взаимодействие электронов с переменным электрическим полем.

Верхний электрод был разрезан на две половинки (рис. 9.11). Это ничего не изменило в статической картине — ведь над слоем электронов электростатическое поле равно нулю. Значит, верхнему электроду можно придать любую форму. Зато теперь можно заставить электроны двигаться вдоль поверхности жидкости, если к разрезанному электроду приложить переменное напряжение. Мы говорили несколько раньше, что ничто не ограничивает движения левитирующих электронов вдоль поверхности. Это не совсем точно. Ведь если температура не равна нулю, то поверхность не может быть абсолютно плоской. На ней должны возбуждаться тепловые колебания. Об эти колебания и будут «тереться» электроны, передавая им энергию, взятую у переменного поля.

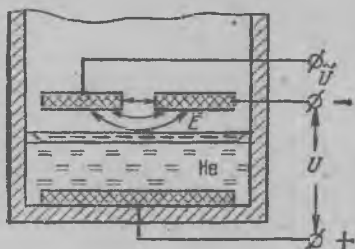


Рис. 9.11. Вариант прибора рис. 9.6, в котором можно изучить движение левитирующих электронов вдоль поверхности гелия.

Это не совсем точно. Ведь если температура не равна нулю, то поверхность не может быть абсолютно плоской. На ней должны возбуждаться тепловые колебания. Об эти колебания и будут «тереться» электроны, передавая им энергию, взятую у переменного поля.

Можно убедиться на опыте, что так оно и происходит. Для этого надо измерить, какая мощность переменного сигнала поглощается разрезанным электродом. Поглощение сигнала происходит, конечно, всегда. Но оказывается, когда появляются левитирующие электроны, оно возрастает.

Под действием переменного поля электрон движется взад и вперед с угловой частотой  $\omega$ . Раз он «трется» о гелий, то он непременно будет возбуждать на его поверхности колебания с той же частотой — такие колебания называются капиллярными волнами. По своей природе они аналогичны ряби на воде, только, конечно, речь идет о значительно меньших размерах — не сантиметрах, а  $\sim 10^{-4}$  см. От каждого электрона по поверхности побежит волна, длина

которой  $\lambda$  определяется частотой  $\omega$ . Если электроны расположены регулярно (рис. 9.12), то можно подобрать такую частоту, что  $\lambda$  будет равно расстоянию между электронами

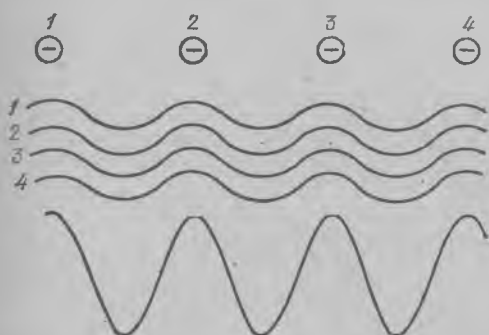


Рис. 9.12. Усиление поверхностной волны при ее резонансной раскчке периодически расположенными электронами: 1 ÷ 4 — волны, генерируемые электронами 1 ÷ 4. Внизу — суммарная волна.

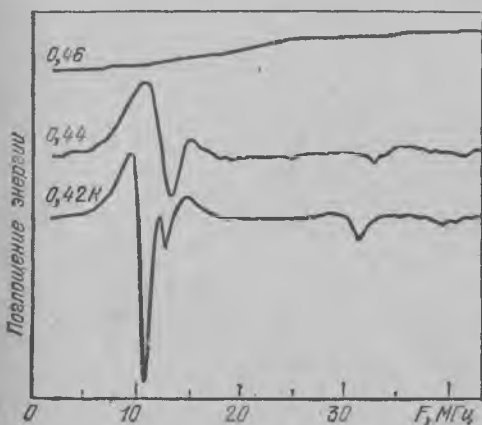


Рис. 9.13. Запись эксперимента, демонстрирующая появление резонансов поглощения электромагнитной волны при образовании кристалла, в котором электроны расположены так, что образуют треугольную решетку (С. С. Граймс, Г. Адамс, 1979).

или в целое число раз меньше. Тогда все волны сложатся, и их амплитуда во время этой «бури» резко возрастет. Рост амплитуды означает, что энергия, передаваемая от электронов волне, тоже возрастает. Но эта энергия берется от



генератора, значит, при резонансе электрические потери растут, что и регистрирует прибор (рис. 9.13).

Конечно же, никакого резонанса нет, если нет упорядоченного состояния, т. е. если расстояния между электронами различны. Поэтому исчезновение резонанса при повышении температуры означает, что кристалл расплавился. Интересно, что в таком искусственном кристалле можно легко менять температуру плавления — достаточно изменить концентрацию электронов. Но отношение  $e^2\sqrt{n}/kT_{пл}$  остается при этом неизменным.

Можно спросить — а зачем нужны такие экзотические эксперименты? Ну, хотя бы для того, чтобы разобраться с вопросом, как вообще плавятся твердые тела. Конечно, экспериментально их плавление изучать много проще, но зато теоретические модели становятся куда более сложными. А кристаллизацию левитирующих электронов можно, например, имитировать на ЭВМ. И если результат совпадает с наблюдаемым, то это говорит о том, что мы на правильном пути, и помогает выбрать правильную модель и для обычных кристаллов.

## ГЛАВА 10

### МЕТАЛЛЫ

Продолжим рассказ про электроны. На сей раз речь пойдет о том, что происходит при низких температурах с электронами в твердых телах. Нас будут интересовать, однако, только те вещества, в которых электроны могут перемещаться, создавая тем самым электрический ток, т. е. металлы.

А что такое, собственно говоря, металлы?

«Металлом называется светлое тело, которое ковать можно», — писал в 1763 г. Ломоносов. Загляните в учебник химии, и вы увидите, что металлы обладают характерным металлическим блеском («светлое тело»), хорошо проводят электрический ток и теплоту. Правда, тут же вы прочтете, что существуют элементы, проявляющие свойства как металлов, так и неметаллов. Другими словами, нет четкой границы, отделяющей один от другого. Химика, который интересуется в первую очередь химическими реакциями и для которого каждый элемент — свой особый мир, такая неоднозначность не очень смущает. А вот физику это не

устраивает — если она делит тела на металлы и неметаллы, то нужно понять, в чем их принципиальное различие. Поэтому надо так определить, что такое металл, чтобы, как и в других случаях в области точных наук, удовлетворить двум требованиям: все металлы должны обладать всеми без исключения приписываемыми им признаками; иные объекты должны не удовлетворять хотя бы одному из признаков.

Вооружившись этими соображениями, посмотрим, все ли металлы без исключения имеют все свойства, приписываемые им учебником? Начнем с «ковать можно», т. е. с пластичности, говоря современным языком. И тут же мы вспомним по созвучию пластмассы — да ведь не зря они так названы, ведь многим из них свойственна пластичность — способность необратимо изменять форму без разрушения. Конечно, медь, железо, алюминий ковать легко, со свинцом еще проще, индий — довольно редкий и дорогой металл — можно мять почти как воск (а воск ведь не металл!), а щелочные металлы и того мягче. А попробуйте стукнуть по обычному чугуну — и он разлетится на кусочки! Ну, тут металлурги скажут: это потому, что чугун не вещество. Он состоит из кристалликов железа, разделенных прослойками углерода, т. е. графита. Вот по этим-то прослойкам он и ломается. Ну, что же, все верно. Только вот беда — хрупкий графит, как оказывается, современная физика считает металлом! Да не он один хрупок — числятся, например, среди металлов мышьяк, сурьма и висмут, но ковать их можно с таким же успехом, как стекло, — разлетаются на мелкие кусочки!

Что ж, придется, видимо, с этим признаком расстаться, тем более что он присущ многим веществам. Даже то же стекло — нагрей его и делай из него что хочешь!

Итак, укорачиваем формулировку и двигаемся дальше. На очереди — «блеск», или, говоря научным языком, оптические свойства. Блестящих предметов много: и вода, и стекло, и полированные камни, да мало ли что еще. Значит, и здесь просто блеском не обойтись, вот и говорится: для металлов характерен металлический блеск. Ну, это совсем хорошо, получается, что металл — это металл. Правда, интуитивно мы чувствуем, что блестеть металл должен как полированные медь, золото, серебро, железо. А такой распространенный минерал пирит — разве не блестит как металлы? О типичных полупроводниках, германий и кремний, и говорить не приходится, по внешнему виду их от

металлов никак не отличишь. С другой стороны, не так давно научились получать хорошие кристаллы таких соединений, как двуокись молибдена: кристаллы эти коричнево-фиолетовые и на обычный металл мало похожи. Оказывается, это вещество надо считать металлом! Почему — будет ясно чуть дальше. Поэтому блеск, как характерный признак металлов, отпадает.

На очереди — теплопроводность. Пожалуй, этот признак можно отбросить сразу — все без исключения тела проводят тепло. Правда, о металлах говорится: «хорошо проводят тепло». Но вот вопрос: «что такое хорошо и что такое плохо».

Хорошо ли проводит тепло медь? Сразу же возникает встречный вопрос: а какая медь и при какой температуре? Если вы возьмете чистую медь, например, ту, из которой делают провода для радиоприборов, нагреете ее до красного каления, т. е. отожжете, то при комнатной температуре она, да еще чистое серебро, будут проводить тепло лучше любого другого металла. Но погните ваш образец, стукните или зажмите в тисках — и его теплопроводность станет хуже в десяток раз! А что произойдет, если кусочек

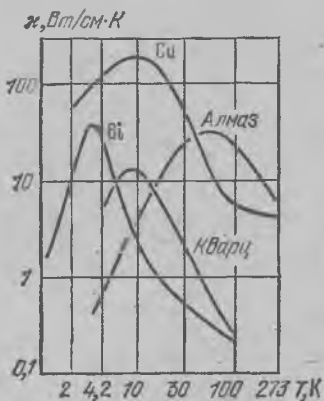


Рис. 10.1. Зависимость удельной теплопроводности от температуры для различных веществ.

отожженной меди начать охлаждать? Сначала теплопроводность будет расти, увеличится в 20—30 раз при температуре  $\sim 20$  К, а потом начнет быстро падать (рис. 10.1) и при достижении абсолютного нуля температуры должна стать нулевой.

Возьмем другой металл — висмут. Картина для него очень похожа на ту, которую мы видели для меди, только максимум теплопроводности лежит при  $\sim 3$  К, да при комнатной температуре висмут плохо проводит тепло, немногим лучше, чем кристалл кварца. Но кварц-то не металл! И тот же кварц, как видно из рис. 10.1, по своим теплопроводным свойствам иногда оказывается не хуже меди. А плавленный кварц, т. е. кварцевое стекло, проводит тепло плохо, примерно как нержавеющей сталь.

Кварц — не исключение. Все кристаллы хорошего качества ведут себя подобным образом, только числа будут немного различными. У алмаза, например, уже при комнатной температуре теплопроводность лучше, чем у меди.

Отбрасываем теплопроводность и жалеть об этом не будем. И не только потому, что по этому признаку металл от неметалла не так уж легко отличить, но и потому, что, оказывается, специфические черты в теплопроводности металлов являются следствием их электропроводности — последнего оставшегося свойства.

И опять в формулировке, приведенной в начале главы, уточнение — не просто электропроводность, а хорошая электропроводность. А ведь когда речь шла о теплопроводности, эпитет «хорошая» нас насторожил, и, как оказалось, не напрасно. Что же, и последнее свойство под подозрением? Надо обязательно его спасать, а то мы останемся вообще без металлов, а заодно без полупроводников, без изоляторов. Любой школьник в большинстве случаев, не задумываясь, скажет, с чем он имеет дело, а копнули поглубже — и остановились в недоумении.

И есть от чего. Возьмем таблицы физических величин и посмотрим на числа. Вот, к примеру, при комнатной температуре удельное сопротивление  $\rho$  (в единицах Ом·см) меди —  $1,55 \cdot 10^{-6}$ ; висмута  $10^{-4}$ , графита  $10^{-3}$ ; чистых кремния и германия  $10^2$  (но, добавляя примеси, его можно довести до  $10^{-3}$ ); мрамора —  $10^7 \div 10^{11}$ ; стекла —  $10^{10}$  и т. д., а в конце списка — янтарь с удельным сопротивлением  $10^{18}$ . И где же тут кончаются металлы и начинаются диэлектрики? А мы еще не упомянули про электролиты. Обычная морская вода и та неплохо проводит ток. Что же, и ее считать металлом?

Посмотрим, не поможет ли нам температура? Если повышать температуру, то различия между веществами начнут сглаживаться: у меди сопротивление начнет расти, у стекла, например, уменьшаться. Значит, надо проследить за тем, что произойдет при охлаждении. И вот тут-то мы наконец увидим качественные различия. Оказывается, при температурах жидкого гелия, вблизи абсолютного нуля, все вещества делятся на две группы. У одних сопротивление остается небольшим, у сплавов или не очень чистых металлов  $\rho$  почти не меняется при охлаждении, для чистых металлов сопротивление сильно уменьшается, как для меди на рис. 10.2. Чем чище и совершеннее кристалл, тем значительнее это изменение. Иногда  $\rho$  при температуре вблизи

$T = 0$  К меньше, чем при комнатной, в сотни тысяч раз. У других веществ, например, у полупроводников (на рис. 10.2 для примера приведено сопротивление германия), сопротивление начинает стремительно возрастать, и чем ниже температура, тем оно больше. Если бы можно было добраться до абсолютного нуля, то  $\rho$  стало бы бесконечно большим. Впрочем, достаточно и того, что сопротивление реально становится столь большим, что никаким современным прибором его уже не измеришь.

Итак, мы добрались до ответа: металлы — это такие вещества, которые проводят электричество при любой тем-

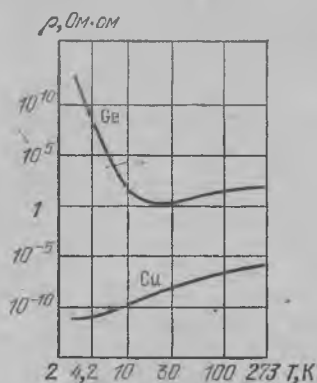


Рис. 10.2. Зависимость от температуры удельного сопротивления чистого металла (медь) и полупроводника — чистого германия.

пературе. В противоположность этому диэлектрики перестают проводить ток, если их охладить до абсолютного нуля. Если пользоваться таким определением, то и графит, и двуокись молибдена оказываются металлами. А куда же отнести полупроводники? Если речь идет о чистых совершенных кристаллах, то они, строго говоря, диэлектрики, но если в них содержится много примесей, то они могут стать металлами, т. е. сохранять проводимость при самых низких температурах. Что же у нас осталось в конце концов? Нам удалось выявить единственный существенный признак, руководствуясь которым,

мы можем, если не в повседневной практике, то хотя бы в принципе, всегда отличить металл от неметалла. А раз этот признак единственный, то оказываются автоматически удовлетворенными оба условия, выполнения которых мы потребовали в начале главы.

Как видите, металлы по праву заняли место в нашей книге про физику низких температур — ведь даже строго определить, что такое металл, невозможно, не обратившись к этой области науки.

Но, с другой, стороны, сам факт сохранения электропроводности при абсолютном нуле удивителен и требует объяснения. В самом деле, уже более полутора сотен лет известен закон Дюлонга и Пти, утверждающий, что при

комнатной температуре твердые тела имеют теплоемкость  $\sim 25$  Дж/моль, или, в расчете на молекулу,  $3k$ . Смысл этого закона ясен: молекула в кристаллической решетке может колебаться относительно положения равновесия во всех трех направлениях, и если собственная частота колебаний достаточно низкая (она обычно соответствует температуре  $\sim 100$  К), то при комнатной температуре колебания возбуждены, и энергия их теплового движения, согласно формуле (2.5), равна  $kT$  для колебаний по каждому из направлений в пространстве, т. е. всего  $3kT$ , что и дает теплоемкость  $3k$ . Этому правилу подчиняются и металлы, и диэлектрики. Но чтобы объяснить электропроводность металла, необходимо предположить, что в нем есть свободные электроны, переносящие электрический заряд. Свобода, очевидно, требует, чтобы каждый из них имел, как и атомы идеального газа, в среднем энергию  $\frac{3}{2}kT$ , и все они в сумме должны к теплоемкости  $3Nk$  ( $N$  — число атомов в образце) добавлять еще  $\frac{3}{2}N_e kT$ , где  $N_e$  — число свободных электронов. Но этот довесок незаметен — и для металлов, и для диэлектриков полная теплоемкость одна и та же. Это может означать лишь одно:  $N_e \ll N$ , так что  $\frac{3}{2}N_e k \ll 3Nk$ .

Как это понять? Все атомы в кристалле идентичны. Тогда либо они все отдают хотя бы по одному электрону, которые становятся свободными, если это энергетически выгодно, — и тогда  $N = N_e$ , либо появление свободных электронов связано с их тепловым возбуждением. Во втором случае надо считать, что есть энергия  $E_e$ , которую должен получить электрон, чтобы оторваться от атома, и тогда число свободных электронов, по Больцману,  $N_e \propto e^{-E_e/kT}$ . Но если так, то у всех веществ при понижении температуры сопротивление должно сильно возрасти, и при  $T \rightarrow 0$  проводимость у всех без исключения веществ — исчезать. Налицо парадокс — электропроводность при низких температурах и закон Дюлонга и Пти, казалось бы, несовместимы. Этот парадокс можно разрешить, лишь применив квантовую механику.

Но уж если речь зашла о необходимости привлечения законов микромира, то естественно попытаться сначала установить, не предопределяются ли «металлические» свойства веществ какими-то качественными свойствами составляющих их атомов. Основания для таких подозрений есть.

Действительно, уже давно замечено, что одни элементы, такие, как медь, золото, серебро, железо, свинец, олово и в чистом виде, и при сплавлении друг с другом образуют

металлы. Другие, например, фосфор, сера, хлор, азот, кислород не только сами металлами не являются, но и, соединяясь с металлами, превращают их в диэлектрики. Пример тому — обыкновенная соль  $\text{NaCl}$ . Поэтому появилось деление атомов на металлы и металлоиды.

Такая классификация, однако, не более чем констатация фактов, хотя, на первый взгляд, она претендует на то, чтобы объяснить свойства веществ, исходя из строения атомов. В самом деле, посмотрим на таблицу Менделеева. Хорошо известно, что элементы, расположенные в ее столбцах, очень похожи по своим химическим свойствам. А вот будут ли изготовленные из них кристаллы или сплавы проводить электрический ток, глядя на таблицу, сказать нельзя. Так, все элементы первой группы образуют металлы, за исключением первого — водорода. Но ведь закон, который кому-то разрешено нарушать, — уже не закон. Правда, во второй группе дело лучше — здесь все привычные металлы, а в третьей опять сразу же сбой: бор — полупроводник, а алюминий — прекрасный металл. Дальше еще хуже. Первый элемент четвертой группы — углерод. Мы уже упоминали, что графит, — так называют кристалл углерода, — это металл. А вот алмаз — тоже кристалл, составленный из атомов углерода, но расположенных иначе, чем в графите, — изолятор. Кремний и германий — классические полупроводники, т. е., пользуясь нашим определением металлов, мы их должны зачислить в диэлектрики. Олово, казалось бы, типичный металл, однако, если всем знакомое белое блестящее олово долго подержать при температуре  $-30^\circ\text{C}$ , то его кристаллическая структура изменится, а внешне оно посереет. И это олово — его так и называют «серое олово» — полупроводник. А свинец полупроводником не становится, всегда оставаясь металлом.

Если начать теперь смешивать разные элементы, то картина совсем усложнится. Возьмем, например, и сплавим два металла — индий и сурьму, — в пропорции один к одному. И получим широко применяемый в технике полупроводник  $\text{InSb}$ . С другой стороны, мы уже говорили, что двуокись молибдена  $\text{MoO}_2$  при  $T = 0$  проводит ток, т. е.  $\text{MoO}_2$  — металл (и  $\text{WO}_2$ , и  $\text{Re}_2\text{O}_3$  и некоторые другие оксиды — тоже металлы, и такие сложные соединения как  $\text{AuTe}_2\text{Vg}$  и другие).

Похоже, что поделить атомы на металлы и металлоиды — не такая уж простая задача! Рассматривая отдель-

ные атомы, мы не можем сказать, будет ли вещество, составленное из них, проводить ток или нет, потому что громадную роль при этом будет играть то, как атомы расположены относительно друг друга. Поэтому и для ответа на вопрос, почему металлы проводят ток, надо изучать, как атомы взаимодействуют между собой, образуя твердое тело.

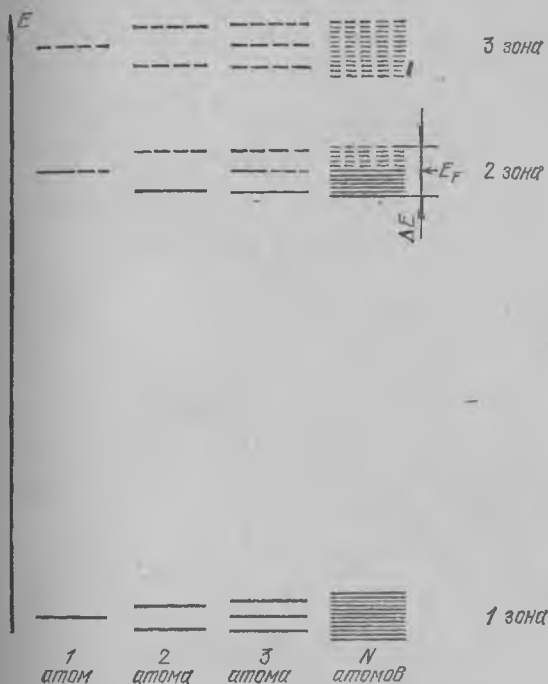


Рис. 10.3. Схема уровней энергии лития и их трансформация в зоны при объединении атомов в кристалл. Сплошные линии — занятые состояния, штриховые — свободные.

Посмотрим, как обстоит дело с простейшим элементом, заведомо образующим металл, — литием. Литий имеет порядковый номер три. Это значит, что его ядро содержит три протона, положительный заряд которых компенсируют три электрона. Они расположены так, чтобы удовлетворить принципу Паули (см. седьмую главу). Два из них находятся на ближайшей к ядру орбите и сильно связаны с ним. Больше электронов на эту орбиту, согласно принципу Паули, поме-



стить нельзя. Оставшийся электрон занимает вторую орбиту. На ней мог бы поместиться еще один электрон, но его у лития нет. Все остальные разрешенные состояния энергии свободны, и электроны на них попадают только при возбуждении атома, например, при сильном нагреве паров лития. Схема уровней в атоме лития показана на рис. 10.3.

Рассмотрим теперь множество атомов лития, находящихся в ограниченном объеме. Они в принципе могут образовывать газ, жидкость или твердое тело, но при абсолютном нуле температуры из всех этих возможностей осуществляется единственная: твердое тело. При образовании кристалла из газа энергия всей системы, а значит и каждого атома, уменьшается, и мера этого изменения есть теплота испарения.

Энергия атомов в твердом теле уменьшается из-за их взаимодействия. Это взаимодействие — примером тому силы

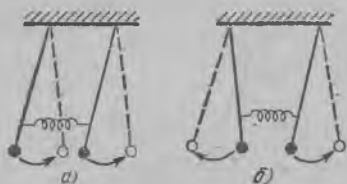


Рис. 10.4. Возможные типы колебаний двух связанных маятников.

Ван дер Ваальса — носит чисто электрический характер, т. е. затрагивает в атомах прежде всего их электроны. Оно и понятно, ведь размеры ядер много меньше межатомного расстояния, так что ядерные силы, спадающие до нуля на расстояниях, сравнимых

с диаметром ядра, никак не проявляют себя при образовании кристаллов. Но электроны в изолированных атомах занимают вполне определенные уровни, поэтому изменение их энергии отражает то обстоятельство, что изменились сами уровни энергии.

Что происходит с уровнями, можно понять, исходя из аналогии движения электрона в атоме с колебательной системой, например, с маятником. Пусть у нас есть два совершенно одинаковых маятника. Пока они не взаимодействуют друг с другом, частота колебаний обоих маятников одинакова. Введем теперь взаимодействие между ними — свяжем их, например, мягкой пружинкой. И сразу же вместо одной частоты появятся две. Посмотрите на рис. 10.4: связанные маятники могут колебаться синхронно, а могут навстречу друг другу. Очевидно, в последнем случае их движение будет более быстрым, т. е. частота колебаний выше. Таким образом, связь приводит к расщеплению частот тем

большему, чем сильнее эта связь. Если теперь связать три маятника, то станет уже три собственных частоты, для четырех — четыре, и так далее до бесконечности.

Поведение любых колебательных систем подобно. Если заменить маятники, например, на электрические колебательные контуры, то, как хорошо знают радиолюбители, при введении связи между ними их собственные частоты также расщепляются. Электроны в атоме — это, в сущности, тоже колебательная система. Как и маятник, электроны имеют массу, т. е. обладают инерцией. Есть сила Кулона, возвращающая их к положению равновесия. Этими двумя составляющими и определяется движение электронов в атоме, характеризующее их собственной частотой. И для электронов включение взаимодействия при взаимном сближении атомов приводит к тому, что частоты, бывшие до того одинаковыми, становятся немного разными.

Но собственные частоты движения электронов, как уже неоднократно упоминалось, это фактически то же самое, что их собственные энергии  $E = \hbar\omega$ . Поэтому надо ожидать, что при сближении двух атомов каждый из уровней, показанных на рис. 10.3, расщепится на два. Та пара, которая получилась из самого нижнего уровня, будет полностью заполнена электронами. Действительно, на двух уровнях энергии можно разместить четыре электрона, а их у двух атомов лития — шесть. Остается два электрона, которые теперь расположатся на нижнем из уровней второй пары. Заметьте, какой произошел качественный скачок: раньше эти два электрона занимали два из четырех состояний, имеющих одинаковую энергию. Теперь у них появилась возможность выбирать, и они расположились так, чтобы их энергия была поменьше. Нетрудно сообразить, что произойдет при добавлении следующих атомов: для трех атомов каждый исходный уровень расщепится на три (см. рис. 10.3). Девять электронов расположатся так: шесть на нижней триаде уровней, возникших из уровня ближайшей к ядру электронной оболочки атома; еще два электрона — на нижнем уровне следующей триады; оставшийся электрон — на среднем уровне той же триады. Еще одно место на этом уровне остается свободным, а верхний уровень полностью пуст. Если взять  $N$  атомов ( $N \gg 1$ ), то каждый уровень расщепится на  $N$  тесно расположенных уровней, образующих, как говорят, полосу или зону разрешенных значений энергии. В нижней полосе все состояния окажутся занятыми, а во второй — только половина, и именно те, энергия

которых лежит ниже. Следующая полоса полностью пустая.

Что же получилось? Пока атомы были сами по себе, все электроны занимали вполне определенные состояния. Теперь атомы объединились в кристалл. Сами атомы в нем, очевидно, остались одинаковыми, а вот все электроны — разные. Преодолеть это противоречие можно единственным способом: электроны больше не принадлежат отдельным атомам, а каждый электрон поделили между собой все атомы. Или, что то же, — каждый электрон «размазан» по всему кристаллу. Но это позволяет взглянуть на вопрос с новой позиции. Квантовая частица всегда обладает кинетической энергией  $p^2/2m$ . Минимальное возможное значение  $p$  определяется соотношением неопределенностей,  $p \approx h/l$  ( $l$  — характерный размер). Потому-то и выгодно атомам объединиться в большой кристалл, что при этом расширяются границы области для движения электронов.

Но принцип Паули не дает в полной мере воспользоваться этим выигрышем. Электроны, имея спин  $1/2$ , ведут себя, как и атомы  ${}^3\text{He}$ : они не желают занимать одинаковые состояния. К чему это приводит с точки зрения заполнения зон, мы уже видели на рис. 10.3. Памятуя о связи энергии и импульса, мы можем классифицировать состояния электронов с таким же успехом по их импульсам, как и по уровням энергии. И это оказывается даже удобнее.

Удобство состоит в том, что очень легко указать количественную меру, определяющую то, какие импульсы следует считать разными. В самом деле, мы знаем, что любая компонента импульса, например,  $p_x$ , определена с точностью  $\pm \Delta p_x$ , а  $|\Delta p_x| \approx \hbar/l_x$  ( $l_x$  — длина образца в направлении  $x$ ). Поэтому состояния электронов различны, если хотя бы одна компонента импульса для них различается не меньше, чем на  $2\Delta p = \pi\hbar/l$  ( $\pi$  мы ввели, чтобы заменить приближенное равенство точным; то, что здесь должно стоять  $\pi$ , нельзя доказать, исходя только из качественных рассуждений, но это следует из точной теории). Если различие меньше, то мы обязаны считать импульсы совпадающими. Совершенно так же мы на практике считаем равными два отрезка, если их длины отличаются меньше, чем на цену деления линейки; для импульсов цена деления принципиально не может быть меньше  $\Delta p$ .

Итак, мы получаем, что возможны только такие значения компонент импульса в образце в форме, скажем, куба

со стороны  $l$ :

$$\begin{aligned} p_x &: \frac{\pi\hbar}{l}; \frac{2\pi\hbar}{l}; \frac{3\pi\hbar}{l}; \dots \\ p_y &: \frac{\pi\hbar}{l}; \frac{2\pi\hbar}{l}; \frac{3\pi\hbar}{l}; \dots \\ p_z &: \frac{\pi\hbar}{l}; \frac{2\pi\hbar}{l}; \frac{3\pi\hbar}{l}; \dots \end{aligned} \quad (10.1)$$

и любое из этих чисел имеет неопределенность  $\pm \frac{\pi\hbar}{2l}$ .

Не напоминает ли вам это правило что-то уже знакомое? Когда мы подсчитывали во второй главе число колебаний, мы использовали очень похожие правила для нахождения собственных значений компонент волнового вектора. Заменяем  $p$ , согласно общему правилу квантовой механики, на  $\hbar k$ , и получим в точности то же. Значит, мы можем написать число электронов, импульс которых по абсолютной величине меньше некоторого  $p$ , как удвоенное значение  $n_3$  (формула (2.10)) — удвоенное по той причине, что в каждом состоянии может быть два электрона, спины которых противоположны:

$$N_e = \frac{V}{3\pi^2} \left( \frac{p}{\hbar} \right)^3 = \frac{2V \cdot V_p}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (10.2)$$

где  $V$  — опять объем образца, а  $V_p = \frac{4}{3}\pi p^3$  — «объем» сферы в пространстве импульсов.

Но плотность электронов проводимости  $N_e/V$  нам известна — для металлического лития она равна  $N_A \cdot \rho / m_{Li}$ , где  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ ,  $\rho = 0,53$  г/см<sup>3</sup> — его плотность, а  $m_{Li} = 7$  — атомная масса. Отсюда  $N_e/V = 4,7 \cdot 10^{22}$  электронов/см<sup>3</sup>. Поэтому (10.2) мы можем рассматривать как формулу для определения максимального импульса  $p_F$  — его называют импульсом Ферми — который могут иметь электроны в зоне проводимости:

$$p_F = 2\pi\hbar \left( \frac{3N_e}{8\pi} \right)^{1/3}. \quad (10.3)$$

Если считать, что кинетическая энергия электронов проводимости зависит от импульса так же, как для электронов в вакууме, т. е.

$$E = \frac{p^2}{2m}, \quad (10.4)$$

то воспользовавшись формулой (10.3), можно вычислить ту максимальную кинетическую энергию  $E_F$  — ее называют

энергией Ферми — которую могут иметь свободные электроны. Подставив в (10.3) значение  $N_e$  для лития, получим  $E_F = 4,7$  эВ, а  $T_F = E_F/k = 5,5 \cdot 10^4$  К. Это — громадная величина. Зато расстояние между уровнями в зоне  $\delta E/k \approx \approx T_F/N_e \approx 10^{-18}$  К совершенно ничтожно. Эти числа многое объясняют. Начнем с теплоемкости.

Нашу схему уровней энергии в литии мы строили для абсолютного нуля температуры. Если  $T \neq 0$ , то электроны могут покидать свои места, лежащие по энергии ниже  $E_F$ , и приобретая избыточную энергию  $\sim kT$ , переходить на уровни, где их энергия больше  $E_F$ . Это и есть тепловое движение в системе электронов проводимости. Чтобы вычислить энергию, связанную с ним, надо число электронов  $N(T)$ , энергия которых оказалась выше  $E_F$ , умножить на  $kT$ . Из всех электронов только малая часть, а именно те, энергия которых лишь немного меньше фермиевской, могут дать вклад в  $N(T)$ . Действительно, по закону Больцмана отношение числа электронов, имеющих энергию  $E \geq E_F$  и  $E = E_F - \delta E$ , равно  $\sim e^{-\delta E/kT}$ . Если  $\delta E \gg kT$ , то это число очень мало, а при  $\delta E \leq kT$  оно порядка единицы. При грубой оценке можно считать, что  $N(T)$  примерно равно числу состояний, энергия которых лежит в пределах  $E_F - kT \leq E \leq E_F$ . Воспользуемся формулами (10.2) — (10.4) и получим  $N(T) \approx N_e T/T_F$ . Таким образом, тепловой энергией  $kT$  обладают всего лишь  $N_e T/T_F$  электронов. При комнатной температуре  $T/T_F \leq 10^{-2}$ , и нечего удивляться, что заметного вклада электроны в теплоемкость не дают.

Теперь — об электропроводности. Повторим еще раз электроны «размазаны» по всему образцу, и в идеальном кристалле ничто не мешает им путешествовать внутри кристаллической решетки. Получается, что электроны образуют как бы жидкость, которая заполняет весь объем образца, и электрический ток — это поток этой жидкости, аналогично тому, как вода течет по трубам.

Чтобы заставить течь воду, надо к концам трубы приложить разность давлений. Тогда под действием внешних сил молекулы приобретут направленную среднюю скорость — вода потечет. Очень важно здесь появление именно направленной скорости, ведь сами по себе молекулы и без того хаотически движутся с громадными скоростями. При комнатной температуре в среднем их скорость, т. е. скорость теплового движения молекул,  $\sim 10^3$  м/с. Дополнительная энергия, приобретаемая ими в потоке, обычно относи-

тельно мала. Для электронов нетрудно сделать подобную оценку. По формуле (10.3) мы можем определить, что их импульс имеет величину  $\sim 10^{-24}$  кг·м/с; это соответствует скорости, связанной с квантовым движением,  $v_F = p_F/m \approx \approx 10^6$  м/с. Предположим, что все электроны «участвуют» в токе, а их в 1 см<sup>3</sup> проводника  $N_e \approx 10^{23}$ . Тогда в проводе с поперечным сечением  $S = 1$  мм<sup>2</sup> при токе  $I = 10$  А (при большем токе провод расплавится) направленная скорость электронов равна  $I/eN_eS \approx 10^{-2} \div 10^{-3}$  м/с. Значит, когда пошел ток, энергия каждого электрона в среднем стала больше всего на  $\sim 10^{-8} \div 10^{-9} E_F$ , т. е. на  $\sim 10^{-4}$  К.

И тут мы сталкиваемся снова с тем фактом, что не все электроны могут изменить свою энергию на малую величину. Ведь если какой-то электрон увеличит свою энергию, то это значит, что он должен перейти на другой уровень. Поэтому те электроны, которые расположены в нижней зоне, называемой часто валентной, не могут это сделать, так как для них все соседние уровни уже заняты. Свободные места есть только в следующей зоне, но чтобы туда попасть, энергию надо изменить сразу на много электронвольт. Вот так и сидит электрон в валентной зоне и ждет журавля в небе — энергичного кванта. А кванты нужной энергии бывают только у электромагнитных волн высокой частоты — у видимого света или даже у ультрафиолета. Итак, жидкость есть, а течь она не может. И если бы у лития было всего два электрона в атоме, т. е. если бы мы строили нашу картинку для атомов гелия, то и получили бы изолятор. Но твердый гелий действительно изолятор, так что мы можем уже поздравить себя с некоторым успехом: мы еще не объяснили, почему в металлах может течь ток, зато поняли, почему диэлектрики, где электронов полно, ток не проводят.

А что же литий? Да ведь у него есть вторая зона, которая заполнена только до половины — до энергии Ферми, разделяющей занятые и свободные состояния. Но граница эта фиктивная. Электрону, который расположен в зоне возле уровня Ферми, достаточно чуть-чуть увеличить свою энергию — всего на  $\delta E$  — и он на свободе, там, где состояния не заняты. Значит, электронам из приграничной полосы ничто не мешает увеличить энергию под действием электрического поля и приобрести направленную скорость. А ведь это и есть ток!

Кажется ясно, почему гелий — изолятор, а литий — проводник. Попробуем наши представления применить к сле-

дующему элементу — бериллию. И тут — осечка, модель не сработала. У бериллия — четыре электрона, и, казалось бы, должны быть полностью заняты первая и вторая зона, а третья обязана быть пустой. Получается изолятор, в то время как бериллий — металл. Дело вот в чем. Точные расчеты показывают, что минимальная энергия в третьей зоне меньше, чем максимальная во второй зоне. Про такое явление говорят, что зоны перекрываются. Поэтому электронам оказывается энергетически выгодно оставить пустой часть второй зоны и занять состояния внизу третьей. Вот и получается металл.

А что будет с другими элементами? Перекрываются зоны или нет, заранее сказать нельзя, для этого нужны громоздкие расчеты на ЭВМ, и то не всегда можно получить достоверный ответ. Но вот что примечательно: из нашей схемы следует, что если брать элементы с нечетным числом электронов, то должен получаться металл, если только структурной единицей в кристалле является отдельный атом. А вот водород, например, азот или фтор не желают кристаллизоваться в такую решетку. Они предпочитают сначала объединяться попарно, а уже молекулы, содержащие по четному числу электронов, выстраиваются в кристалл. И тут законы квантовой механики не мешают ему быть диэлектриком.

Итак, мы теперь знаем, что такое металл с точки зрения физики, и поняли, почему в принципе существуют изоляторы и проводники. К сожалению, не просто объяснить, почему какое-то конкретное вещество оказалось диэлектриком или металлом. Сделать это можно лишь вооружившись всей мощью аппарата современной квантовой механики и вычислительной техники.

Можно ли считать, что мы до конца разобрались в том, почему металлы проводят ток? Пока что нет. Посмотрите еще раз на наши аргументы, и вы увидите, что основу всего составляет предположение, что кристалл — идеален: все атомы в нем одинаковы, и порядок в кристаллической решетке ничем не нарушен. Но такого в природе не бывает — в любом веществе есть примеси, в любом кристалле есть дефекты структуры. К счастью, пока их немного, ничего страшного не происходит. Мы всегда можем мысленно выделить внутри небольшие объемы, в пределах которых кристалл совершенен, и для них все в порядке. Ну, а границы между ними, имеющие толщину порядка размера атома, не могут служить серьезным препятствием для электронов. Поэтому примеси и дефекты — это те места, о которых

электроны «спотыкаются». Столкнувшись с ними, они теряют направление своего движения, и им надо начинать заново набирать скорость, направленную вдоль электрического поля, — совсем как зарядам в гелии.

Мы можем ввести среднюю длину свободного пробега  $l_n$  — от столкновения до столкновения, — и время пробега  $\tau = l_n/v_F$ . И точно так же, как делали раньше, определить подвижность  $\mu = e\tau/m$ . Для чистых металлов при низких температурах  $\tau$  может быть довольно большим, достигая  $10^{-9}$  с. Таким временам соответствует длина пробега  $l_n \approx 1$  мм (вспомним, что  $v_F \approx 10^6$  м/с) и подвижность  $\mu \approx 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с. Длина  $l_n$  много больше межатомного расстояния  $a$ , и электроны действительно вполне свободны, хотя и путешествуют внутри кристаллической решетки.

Если уж мы заговорили о подвижности, то вспомним заодно, что она определяет скорость направленного движения электронов под действием электрического поля  $E$ , так что  $v_n = \mu E$ . Поэтому ток равен  $I = N_e e \mu E \cdot S$ . Если наш образец — провод длиной  $l$ , то тогда  $E = U/l$  ( $U$  — напряжение, приложенное к концам провода) и  $I = U (N_e e \mu) S/l$ . То, что мы заключили в скобки, есть величина, обратная удельному сопротивлению  $\rho$ , так что

$$\rho = \frac{1}{N_e e \mu} = \frac{m}{N_e e^2 \tau}. \quad (10.5)$$

Эта формула выражает собой тот факт, что примеси и нарушения структуры кристаллической решетки, если их немного, отражаются лишь на величине сопротивления, но металл остается металлом.

Но где лежит граница между «мало» и «много» дефектов? Как только что говорилось, в реальном кристалле роль размеров образца, которые определяли допустимые значения импульса, переходит к длине свободного пробега. Поэтому дефектов немного, если  $l_n \gg a$ .

Это не слишком сильное ограничение, так что металл надо очень сильно «испачкать», прежде чем начать задумываться над серьезными последствиями. Мы уже знаем, что значит «сильно» — это либо чужих атомов должно быть столько же, сколько своих, либо кристаллической решетки фактически не должно быть. В таком предельно «грязном» металле длина свободного пробега будет порядка межатомного расстояния. Не думайте, что  $\rho_F$  в нем потеряет всякий смысл. Его вполне можно определить и в этом случае — в конце концов, мы ведь подобное делали для жидкого



$^3\text{He}$  — и его величина останется того же порядка, что и в чистом металле, т. е.  $p_F \approx \pi \hbar / a$ , а  $v_F \approx \pi \hbar / ma$ . Поэтому время свободного пробега  $\tau$  — это просто  $\tau = ma^2 / \pi \hbar$ .

Вычислим удельное сопротивление такого «грязного» металла. Воспользуемся тем, что  $N_e = 1/a^3$  и формулой (10.5) и моментально определим, что «грязный» металл имеет удельное сопротивление

$$\rho_{\text{гр}} \approx \frac{a \pi \hbar}{e^2}. \quad (10.6)$$

В этой формуле единственное, что осталось от конкретного вещества — это межатомное расстояние. Но и оно практически всегда одно и то же. Взяв  $a \approx 3 \text{ \AA}$ , можно найти максимальное удельное сопротивление, которое могут иметь металлы:  $\rho_{\text{макс}} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ . Посмотрите в справочник, и вы убедитесь, что для всех металлов и сплавов, специально приготовляемых так, чтобы их сопротивление было побольше, действительно  $\rho$  меньше этой величины.

Если вещество столь неоднородно, что в нем практически нет порядка, то электронам уже не безразлично, где пребывать: возле одних атомов их энергия поменьше, возле других — побольше. А раз так, то при  $T = 0$  они обязаны собраться там, где их энергия меньше и «прилипнуть» к соответствующим местам в образце. Но это означает, что они выбыли из игры и перестали переносить ток. Если локализуются — т. е. «прилипли» — все электроны, то вместо металла получится диэлектрик.

Можно ли предсказать, останется вещество металлом при охлаждении до  $T = 0$  или превратится в диэлектрик? Решение этой задачи очень трудно, но ответ получился очень простой. Обратите внимание, что в формуле (10.6) содержится комбинация мировых постоянных  $\hbar/e^2$ . Эта величина имеет размерность сопротивления. Можно ожидать, что это не случайная величина и что она имеет фундаментальное значение. Так и оказалось: если сопротивление тонкой проволоочки —  $R < R_0 = \frac{2\pi\hbar}{e^2} = 25,8 \text{ кОм}$ , то она всегда проводит ток, но если  $R > R_0$ , то при  $T \rightarrow 0$  ее проводимость должна исчезнуть.

На первый взгляд, этот результат противоречит опыту: существуют проволоочные сопротивления куда большие, чем  $R_0$ , но при низких температурах они совсем не изменяются. Однако теория предсказывала и характерную температуру, при которой должна исчезать проводимость. Ока-

зывается, она тем ниже, чем больше диаметр проволоочки, и чтобы увидеть локализацию электронов, при доступных температурах, нужно изучать проволоочки диаметром меньше  $\sim 100 \text{ \AA}$ .

Когда появилось это предсказание, сделанное в 1977 г. Таулисом, оно вызвало недоверие и интерес. И, конечно, нашлись исследователи, которые попытались его проверить.

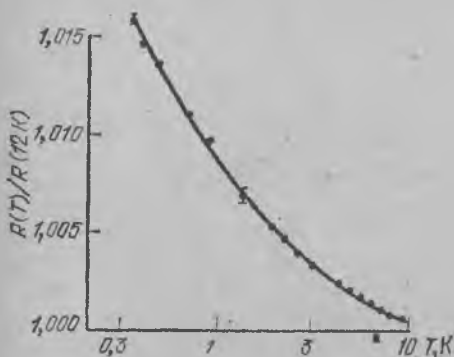


Рис. 10.5. Зависимость от температуры сопротивления образца из  $\text{Au}_{0.6}\text{Pd}_{0.4}$  с поперечным размером  $\sqrt{S} = 450 \text{ \AA}$  ( $S$  — площадь его сечения). При  $T = 12 \text{ K}$  его сопротивление равно  $360 \text{ кОм}$  (Н. Джиордано, 1980).

Они научились делать такие тонкие «проволоки», и увидели, что их сопротивление при низких температурах начинает расти (рис. 10.5). Этот рост, как видно, пока что невелик. Но похоже, что теория права, и что число  $25,8 \text{ кОм}$  действительно играет особую роль в физике твердого тела.

## ГЛАВА 11

### СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

То, что металлы при низких температурах проводят электрический ток, стало известно не так уже давно. А к тому времени, когда Камерлинг-Оннес получил жидкий гелий, с этим вопросом была полная неясность. Ученые в то время склонны были полагать, что при абсолютном нуле все электроны окажутся связанными с атомами и их движение будет невозможно, т. е. как и для полупро-

водников, сопротивление металлов при  $T \rightarrow 0$  должно стать бесконечным (об этом, впрочем, уже писалось в предыдущей главе). Но результаты экспериментов совершенно не соответствовали этим представлениям. Уже удалось добраться до температуры твердого водорода, а сопротивление для образцов из чистых металлов все уменьшалось и уменьшалось. Неудивительно, что одним из первых экспериментов при температурах жидкого гелия стало измерение сопротивления металлов.

У физиков всегда было и есть стремление проводить опыты так, чтобы исключить влияние на результаты каких-то побочных явлений. Поэтому и Камерлинг-Оннес решил измерять электропроводность ртути, а не какого-либо иного вещества. Почему? Да очень просто. Это сейчас разработано много методов получения сверхчистых металлов, в которых содержание примесей — один атом на миллион или и того меньше. А в те времена — дело происходит в 1911 г., — чистым металлом можно было считать, пожалуй, одну только ртуть — она довольно хорошо освобождалась от примесей дистилляционной перегонкой.

Но ртуть при комнатной температуре, как известно, жидкая, и проволочку из нее изготовить не просто. Сделано было так (рис. 11.1): семь стеклянных  $U$ -образных трубок ( $a_1 \div a_7$ ) сечением  $\sim 0,005 \text{ мм}^2$  были соединены верхними концами с перевернутыми  $Y$ -образными трубками, частично заполненными ртутью. Это давало возможность ртути сжиматься или расширяться при замерзании или плавлении, не разрывая стекла и не нарушая непрерывности ртутной нити, проходящей через  $U$ -образные трубки. К  $Y$ -образным трубкам  $b_0$  и  $b_7$  присоединены подводящие трубки  $\text{Hg}_1$ ,  $\text{Hg}_2$ ,  $\text{Hg}_3$  и  $\text{Hg}_4$  (их нижние концы обозначены  $\text{Hg}_{i0}$ ), наполненные ртутью; последняя, затвердевая, образует четыре твердых ртутных контакта. В точках  $b_0$  и  $b_7$  ток подводился по ртути в трубках  $\text{Hg}_1$  и  $\text{Hg}_4$ ; трубки  $\text{Hg}_2$  и  $\text{Hg}_3$  могли быть использованы для измерения падения напряжения между концами ртутной нити. Прибор заполнялся ртутью, перегнанной в вакууме при температуре  $60\text{--}70^\circ\text{C}$ , причем более холодная часть дистиллятора была погружена в жидкий воздух.

Наконец, все было готово и можно было прибор охладить. Вот ртуть замерзла, и на кривой  $R(T)$  появилась первая точка; другая — при температуре жидкого воздуха; третья — при температуре жидкого водорода. Пока что все идет как раньше. Когда же начнется рост сопротивле-

ния? Может быть, когда ртуть приобретет температуру жидкого гелия? И тут произошло событие, навеки включившее имя Камерлинг-Оннеса в список величайших ученых мира: сопротивление исчезло совсем (рис. 11.2). Была открыта сверхпроводимость — самое загадочное явление в физике XX века, которое полстолетия оставалось необъяснимым. За это время появились квантовая механика и ядерная физика, были открыты нейтрон, античастицы и многие

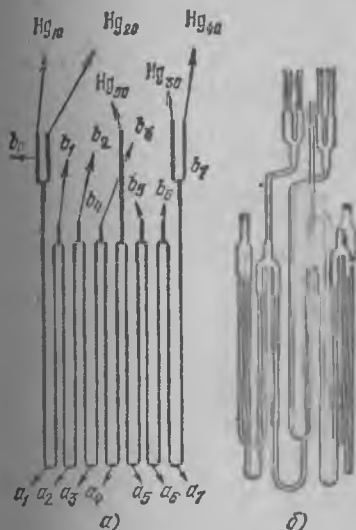


Рис. 11.1. Схема образца из ртути (а) и его внешний вид (б) (Х. Камерлинг-Оннес, 1912).

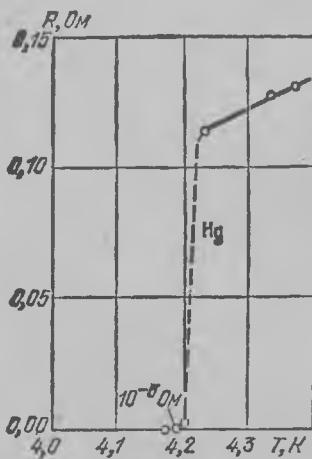


Рис. 11.2. Зависимость сопротивления образца ртути от температуры (Х. Камерлинг-Оннес, 1912).

другие элементарные частицы, осуществлены ядерная и термоядерная реакции, расцвела теория относительности, было обнаружено разбегание галактик, открыты и поняты тысячи явлений в самых разных областях науки, а сверхпроводимость продолжала оставаться загадкой.

Надежда, что цель близка, вспыхнула, когда была обнаружена сверхтекучесть  $^4\text{He}$  и Л. Д. Ландау предложил ее объяснение (см. шестую главу). Внешне эти явления очень похожи: и в том, и в другом случае речь идет о потоке, на который трение не действует. Сверхпроводимость — это поток массы электронов, а так как они заряжены, то одновременно идет и ток. Но вот тут-то и появлялась трудность,

казавшаяся абсолютно непреодолимой: у электрона спин равен  $\frac{1}{2}$ , и поэтому электронная жидкость, совершенно так же, как и  ${}^3\text{He}$ , не может быть сверхтекучей. Вспомните — из-за этого кинетическая энергия электронов оказывается громадной, соответствующей примерно  $10^4$ — $10^5$  К. Что здесь могут значить какие-то несчастные 4 К!

Отсутствие теории отнюдь не означало, что ученые сидели сложа руки и ждали озарения. Наоборот, они упорно трудились, пытаясь найти тот конец, потянув за который, можно было бы размотать весь клубок. Первый очевидный вопрос, требовавший ответа: сверхпроводимость — это свойство одной ртути или оно присуще всем металлам? Все тот же Камерлинг-Оннес обнаружил, что свинец — тоже сверхпроводник. И вообще список сверхпроводников оказался довольно большим, и чем ниже удавалось продвинуться по температуре вниз, тем шире он становился. Вот этот список на сегодняшний день (см. таблицу).

Как, глядя на таблицу Менделеева, нельзя сказать, что металл, а что — диэлектрик, так и нельзя с ее помощью утверждать, что такой металл — сверхпроводник, а такой — нет, и какова температура перехода. Что-либо понять становится совсем невозможно, если от элементов перейти к сплавам и соединениям. Тут уж совсем чудеса. Вот, к примеру, ниобий. Для него сверхпроводимость начинается при охлаждении до  $\sim 9$  К. А у соединения  $\text{NbN}$ , которое в нормальном состоянии ток проводит куда хуже, чем чистый ниобий, — гораздо раньше, с  $\sim 15$  К! Еще забавнее ведет себя вольфрам. Чистый вольфрам становится сверхпроводником лишь при  $T_c = 0,012$  К, а его соединение с углеродом — при обычной гелиевой температуре. Таким образом, исследование разных веществ, — конечно, очень нужное по многим причинам, — ничуть не разъяснило природу сверхпроводимости.

Другой естественный вопрос: ну, хорошо, мы видим, что при какой-то температуре, которую называют критической, сопротивление скачком падает до очень маленькой величины. В первых опытах Камерлинг-Оннеса, да и во многих других, было видно, что эта величина меньше, чем можно обнаружить чувствительным прибором. Но, как вы знаете из третьей главы, чувствительность любого прибора ограничена его тепловым шумом. Поэтому было невозможно ответить на вопрос, падает ли сопротивление до нуля или просто становится очень маленьким. Надо было найти более чувствительный способ измерять очень малые

Сверхпроводимость элементов первых периодов

Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al	Si*	P	S	Cl	Ar
Под символом элементов указана температура перехода, К																	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge*	As	Se*	Br	Kr
			0,39	5,38							0,875	1,091					
Rb	Sr	Y*	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb*	Te*	I	Xe
			0,546	9,30	0,93	7,77	0,81				0,56	3,4035	3,722				
Cs*	Ba*	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi*	Po	At	Rn
		6,00		4,483	0,012	1,698	0,655	0,14			4,153	2,39	7,198				

Звездочкой отмечены элементы обладающие сверхпроводимостью только в виде тонкой пленки или под давлением в такой кристаллической модификации, которая неустойчива при нормальных условиях.

сопротивления. Оказалось, что сам сверхпроводник позволяет это делать. Был построен такой прибор (рис. 11.3): из свинцовой проволоки намотали катушку и оба конца соединили между собой перемычкой, сделанной тоже из свинца. На перемычке поместили нагреватель, а по обе стороны от него присоединили подводящие провода. Потом катушку охладили так, что свинец перешел в сверхпроводящее состояние, за исключением подогреваемой перемычки, которая оставалась нормальной. Когда к подводящим концам подключили источник тока, то весь ток потек через катушку, — ведь у нее нет сопротивления, и она шунтирует перемычку. После этого нагреватель выключили и отключили источник.

Катушка индуктивности обладает инерцией, — если ее концы замкнуть накоротко, то ток через нее исчезает не сразу, а за характерное время  $\tau = L/R$  ( $L$  — индуктивность,  $R$  — сопротивление катушки).

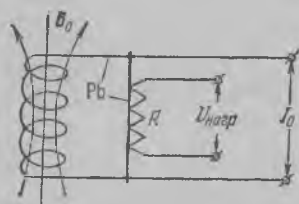


Рис. 11.3. Схема короткозамкнутого соленоида с тепловым ключом.

А через свинцовую катушку ток не исчезал ни за день, ни за месяц, ни за год... Что он течет, можно было убедиться, поднеся к дьюару с жидким гелием, в котором помещалась катушка, снаружи компас — его стрелка отклонялась, показывая, что вокруг катушки существует магнитное поле, как вокруг любого

соленоида, через который течет ток. И исчезало это поле только в том случае, если, включая нагреватель, переводили перемычку в нормальное состояние. Так было установлено, что время затухания тока превышает многие годы, и из этого следовало, что удельное сопротивление сверхпроводника меньше, чем  $\sim 10^{-18}$  Ом·см. Сравните это с удельным сопротивлением меди при комнатной температуре  $1,55 \cdot 10^{-6}$  Ом·см — разница столь огромна, что, действительно, смело можно считать, что удельное сопротивление сверхпроводника  $\rho_c = 0$ .

Отсутствие сопротивления очень заинтересовало многих физиков не только как странное и непонятное явление, но и в практическом плане. Вы помните, несомненно, что если по проводу с сопротивлением  $R$  течет ток  $I$ , то в нем выделяется тепло. На это расходуется мощность  $W = RI^2$ . Как ни мало удельное сопротивление металлов, но зачастую

и оно ограничивает технические возможности различных устройств. Так, в частности, обстоит дело и с электромагнитами. Современные соленоиды из меди, создающие постоянные магнитные поля с индукцией 10—20 Тл, требуют для питания источники тока мощностью  $\sim 1$  МВт — такой электростанции хватит, чтобы осветить город с населением несколько десятков тысяч жителей. Эти соленоиды имеют небольшой объем — всего десятки литров, и если их не охлаждать, расходуя на это громадное количество воды, то они мгновенно расплавятся.

Во времена Камерлинг-Оннеса о таких мощных устройствах ученые еще и не мечтали. Понятно, что их воодушевила возможность получать сильные магнитные поля, — а они очень нужны для проведения экспериментов во всех областях физики, — без затрат энергии, так как при  $R = 0$  и  $W = 0$ . Но сохраняется ли сверхпроводимость в сильных магнитных полях? Эксперимент дает ответ на этот вопрос, и энтузиазм надолго гаснет: уже в небольших полях сверхпроводимость исчезает, и у металла восстанавливается примерно то же сопротивление, которое было при  $T > T_c$ . Само это критическое поле  $B_k$  зависит от температуры: его индукция равна нулю при  $T = T_c$  и возрастает при  $T \rightarrow 0$ . Конечно, все металлы имеют разные значения  $B_k$ , но для многих из них зависимости  $B_k(T)$  подобны, как видно из рис. 11.4. Это породило уверенность, что механизм сверхпроводимости для всех металлов качественно один и тот же.

Рис. 11.4 можно рассматривать и как диаграмму, где линия  $B_k(T)$  для каждого металла разграничивает области существования разных фаз: под ней — сверхпроводящая, над ней — нормальная. И так же, как для перехода, скажем, жидкость — пар, можно изучать тепловые эффекты, сопровождающие переход в сверхпроводящее состояние. Но, как оказалось, зачастую для этого не обязательно проводить трудоемкие калориметрические измерения, а вполне достаточно знать зависимость  $B_k(T)$ . Связано это с тем, что многие сверхпроводники, в частности, все чистые металлы, — обладают эффектом Мейснера. Это очень интересное явление, и на нем мы остановимся подробнее.

Разрушение сверхпроводимости магнитным полем Камерлинг-Оннес обнаружил еще в 1913 г. Однако в течение еще двадцати лет никому не приходило в голову исследовать, как именно распределено магнитное поле в объеме сверхпроводника. И только в 1933 г. Мейснер с сотруд-



никами предпринял попытку определить распределение поля в окрестности сверхпроводника. Полученные результаты оказались неожиданными. Они были сформулированы так: если цилиндрический сверхпроводник поместить в однородное поле, направленное перпендикулярно к оси этого цилиндра, то выше точки перехода силовые линии пройдут сквозь цилиндр практически без всякого изменения, так

как его магнитная проницаемость близка к единице (рис. 11.5, а). Если понизить температуру ниже точки перехода, то распределение поля становится примерно таким, как изображено на рис. 11.5, б.

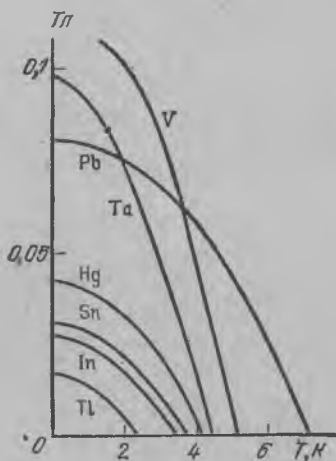


Рис. 11.4. Зависимость  $B_c(T)$  для некоторых металлов.

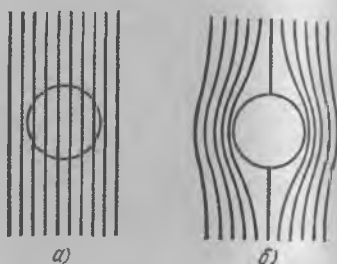


Рис. 11.5. Распределение магнитного поля вокруг оловянного цилиндра: а — олово в нормальном, б — в сверхпроводящем состоянии (В. Мейснер, 1934).

Для этих экспериментов использовался монокристалл олова диаметром 10 мм и длиной 130 мм. Распределение магнитного поля определялось следующим образом. Вблизи поверхности образца была установлена плоская прямоугольная (пробная) катушка сечением  $10 \times 1,5 \text{ мм}^2$ . Катушку можно было поворачивать вокруг ее длинной оси, параллельной оси образца. При таком повороте поток магнитного поля  $\Phi$  через катушку изменяется во времени, значит, в ней генерируется э. д. с.  $U = -\frac{d\Phi}{dt}$ . Если она присоединена к гальванометру, то по цепи с сопротивлением  $R$  пойдет ток  $I(t) = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$ . Усилия, действующие на рамку гальванометра, пропорциональны току, значит,

ее угловое ускорение  $\frac{d\omega}{dt} \approx I(t)$ . Возьмем такой гальванометр, с периодом собственных колебаний рамки значительно большим, чем время  $t_n$ , за которое поворачивается пробная катушка. Тогда рамка за это время не успеет сколько-нибудь заметно переместиться, но приобретет угловую скорость (а с ней — и кинетическую энергию)

$$\omega \approx \int_0^{t_n} I(t) dt \approx \Phi_{\text{кон}} - \Phi_{\text{нач}}$$
 Далее рамка будет двигаться по инерции до тех пор, пока кинетическая энергия не перейдет в энергию деформации ее подвеса. Таким образом, максимальное отклонение гальванометра, работающего в таком баллистическом режиме, зависит от разности магнитных потоков через пробную катушку в начальном и конечном положениях.

Пробную катушку Мейснер мог перемещать вокруг оси образца по двум различным окружностям. Одна окружность выбиралась так, чтобы катушка находилась вблизи сверхпроводника, а вторая — так, чтобы она располагалась на расстоянии 4,5 мм от него. Сначала для нескольких точек на обеих окружностях определялось направление магнитного поля по максимальному отбросу баллистического гальванометра при быстром повороте катушки на  $180^\circ$ . По величине этого отброса можно было вычислить и индукцию магнитного поля. Таким образом были измерены величины и направления магнитного поля и установлено распределение силовых линий, показанное на рис. 11.6. Полученная картина свидетельствовала о том, что с точностью измерений  $\sim 10\%$  поле выталкивается из объема сверхпроводника.

После того, как факт установлен, можно измерить и точнее. Один из способов, к тому же более простой, таков. Поместим образец, имеющий форму длинного цилиндра радиуса  $r_0$ , в длинный соленоид радиуса  $r_1$  (рис. 11.7). Если питать соленоид постоянным током  $I$ , то индукция  $B$  создаваемого им поля равна

$$B = 4\pi \frac{n}{L} \cdot I \cdot 10^{-7}, \quad (11.1)$$

где  $n$  — число витков,  $L$  — длина соленоида в метрах,  $I$  — в амперах,  $B$  — в теслах.

Если теперь образец переходит из нормального в сверхпроводящее состояние, то площадь, через которую проходит магнитный поток, уменьшается на  $\pi r_0^2$  (при полном

эффекте Мейснера), и при изменении магнитного потока будет произведена работа

$$A = 10^7 \pi r_0^2 L \frac{B_k^2}{4\pi} = 10^7 V \frac{B_k^2}{4\pi}. \quad (11.2)$$

Таким образом, при переходе из нормального в сверхпроводящее состояние каждого кубического сантиметра металла производится работа  $10 \cdot B_k^2 / 4\pi$  (Дж); если  $B$  брать в гауссах, то  $A = B_k^2 / 4\pi$  (эрг)\*. Что, собственно, является

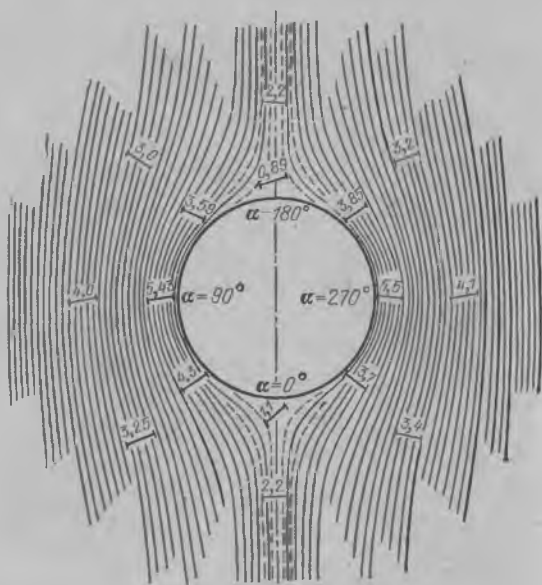


Рис. 11.6. Распределение силовых линий магнитного поля вокруг сверхпроводящего цилиндра. Отрезки показывают положения пробной катушки, при которых сигнал максимален, а числа возле них — относительную напряженность магнитного поля (В. Мейснер, 1934).

источником этой работы? То, что у сверхпроводника энергия ниже, чем у того же металла в нормальном состоянии. И полученная величина характеризует это различие. Сверхпроводимость связана с переносом тока, т. е. это явление затрагивает электроны проводимости. Их в металле  $\sim 10^{23}$  см<sup>3</sup>, и если вычислить изменение энергии, приходя-

\*) *Задача 17.* Вычислить работу, совершаемую при выталкивании магнитного поля из цилиндрического образца,

щееся на каждый электрон, то получим, например, при  $B_k = 0,08$  Тл (это близко к  $B_k$  свинца при  $T = 0$ ), всего  $\delta E/k \approx 0,002$  К! Это в несколько тысяч раз меньше  $T_c$ . Но тогда никакого перехода, казалось бы, не должно быть — ведь любой фазовый переход происходит только тогда, когда выигрыш энергии в расчете на одну частицу имеет примерно ту же величину, что и температура.

Проверим внимательно ход наших рассуждений. Изменение энергии 1 см<sup>3</sup> вещества мы определили правильно: об этом говорит не только формула (11.2), но и прямые измерения тепловых эффектов, которые прекрасно согласуются с этим результатом. Следовательно, на этом этапе ошибка исключена. Остается число электронов. Если вы

Рис. 11.7. Схема опыта по изучению перехода в сверхпроводящее состояние длинного цилиндрического образца в поле соленоида.



внимательно прочитали предыдущую главу, то вам не покажется странным предположение, что отнюдь не со всеми электронами происходят изменения при сверхпроводящем переходе. Действительно, в нормальном металле ток переносят только те электроны, энергия которых близка к энергии Ферми. Достаточно что-то сделать только с этими электронами, чтобы электропроводность резко изменилась. Вот и предположим, что эти электроны могут пребывать или в обычном состоянии, или в каком-то еще новом состоянии, в котором их энергия меньше на величину  $\Delta \approx kT_c$ . Тогда при  $T < T_c$ , согласно закону Больцмана, это новое состояние будет основательно заселено, если, конечно, тому не помешает принцип Паули. Исключить действие последнего можно единственным способом: в новом состоянии электроны должны быть объединены в группы по два (или по четыре, шесть и т. п.), так, чтобы суммарный спин каждой новой частицы стал нулевым или целым числом.

Если это так, то при  $T = 0$  состояния в интервале энергий  $E_F - \Delta \leq E \leq E_F$  пустеют, а находившиеся в них электроны переходят в новое состояние с энергией  $E_F - \Delta$

и образуют так называемый конденсат. В сущности, этот конденсат совершенно аналогичен жидкому  ${}^4\text{He}$ ; он тоже составлен из «частиц» с нулевым спином, которые при  $T = 0$  находятся в основном энергетическом состоянии. И этот конденсат, так же как и  ${}^4\text{He}$ , сверхтекуч — раз заданное движение сохраняется в нем неограниченно долго. Но, в отличие от атомов гелия, электроны несут заряд, и поэтому их движение — это незатухающий электрический ток. В частности, именно такой ток и приводит к эффекту Мейснера: в момент перехода в сверхпроводящее состояние на поверхности образца возбуждаются незатухающие токи, полностью экранирующие внешнее поле внутри вещества.

Удалось ли нам устранить противоречие между выигрышем энергии на одну частицу, величиной  $T_c$ , и изменением энергии образца? Конечно, ведь теперь в новое состояние переходит лишь малая доля всех электронов, порядка

$$kT_c / E_F = T_c / T_F \approx 10^{-3} \div 10^{-4}.$$

Картина появления сверхпроводимости, подобная изложенной, сложилась довольно давно. В ней все было логично, за исключением одной зияющей брешы: чтобы не было противоречия с фундаментальным законом природы, — принципом Паули, необходимо было заставить электроны объединиться, но было абсолютно неясно, как они могут это сделать. На пути к пониманию стояли: трудность номер один — чтобы объединиться, электроны должны притягиваться друг к другу, но они, будучи одноименно заряженными, наоборот, отталкиваются; трудность номер два — хорошо, пусть пара образовалась. Ее энергия связи  $\Delta \approx kT_c$ , значит, импульс, как обычно,  $p_n \approx \sqrt{2mkT}$ . Применим принцип неопределенности и получим, что размер этого образования  $\xi \approx \hbar / p_n \approx 10^{-6} \div 10^{-5}$  см. Объем, занимаемый ею,  $\sim 10^{-18} \div 10^{-15}$  см<sup>3</sup>, и в нем содержится  $10^5 \div 10^8$  электронов проводимости. Как же в таком громадном количестве неразличимых частиц «близнецы» находят друг друга? Даже если учитывать не все электроны, а только те, которые могут объединяться между собой, то и тогда в любой точке присутствует одновременно много пар.

Трудность номер два на самом деле оказалась спасением. Первое же приятное следствие: раз образующие пару электроны так далеки друг от друга, то отталкивание между ними исчезает — его компенсируют поля всех остальных электронов и положительно заряженных ионов, образующих кристаллическую решетку. Это уже хорошо, так как

сильное взаимодействие обратного знака оказалось выключенным, и достаточно очень слабого притяжения, чтобы появилось связанное состояние.

В металле, кроме движущихся электронов, есть только еще один вид движения — колебания ионов, приводящие к распространению фононов — квантов звуковых волн (см. шестую главу). Волна звука — это распространяющаяся по твердому телу волна деформации. Посмотрите на формулы (10.3), (10.4) — изменение плотности вещества приводит к изменению энергии Ферми. Значит, когда по металлу бежит звуковая волна, то в любой его точке происходят локальные изменения энергии электронов, которые, как легко понять, затрагивают в основном электроны вблизи уровня Ферми. Есть, таким образом, основание ожидать, что при удачном сочетании условий у двух электронов, оказавшихся в поле звуковой волны, их энергия уменьшается настолько, что окажется выгодным образование связанного комплекса электрон — фонон — электрон. Фрелиху в 1950 г. удалось доказать, что притяжение электронов действительно существует, но прошло еще семь лет, прежде чем Бардин, Купер и Шриффер, а также Н. Н. Боголюбов построили последовательную теорию сверхпроводимости, в которой уже не было логических дыр. И если мы говорили, что трудность номер два открыла путь к пониманию сверхпроводимости, то она же обусловила и то, что путь этот оказался очень нелегок. Получить наглядную картину образования пар, опираясь из всего аппарата квантовой механики лишь на принцип неопределенности, абсолютно невозможно, и не будем пытаться это делать.

Итак, сверхпроводимость появляется, когда часть свободных электронов образует конденсат из пар электронов. Этот конденсат сверхтекуч. При  $T = 0$  те электронные состояния, которые заняты, оказываются отделенными от свободных узкой «щелью»  $\Delta \approx kT_c$  — это тоже одно из следствий теории сверхпроводимости. Поэтому при ненулевой температуре в металле появляются и подвижные «нормальные» электроны благодаря их термическому возбуждению. Их плотность, очевидно, по порядку величины равна  $N e^{-\Delta/kT}$ . Пока речь идет о проводимости постоянного тока, их присутствие никак не проявляется — сопротивление образца равно нулю, и вдоль него нет падения напряжения, которое необходимо, чтобы привести в движение нормальные электроны. Но совсем иначе обстоит дело, если исследовать проводимость на высоких частотах или теплопроводность.

Изучение поведения сверхпроводника в переменном электрическом поле в какой-то степени аналогично изучению вязкости гелия по крутильным колебаниям, о которых говорилось в шестой главе. Пары не испытывают трения о решетку кристалла, но они обладают инерцией. Поэтому, если электрическое поле снаружи сверхпроводника быстро изменяется, то внутри металла вблизи его поверхности остается электрическое поле \*). Это поле действует и на нормальные электроны, отдавая им свою энергию. Поэтому в переменном поле сверхпроводники обладают сопротивлением, которое тем больше, чем выше частота (рис. 11.8). Но чем ниже температура, тем их сопротивление ниже благодаря резкому уменьшению плотности нормальных электронов. Такое поведение наблюдается, если частота не слишком велика, точнее, если  $\hbar\omega < 2\Delta$ . Если же  $\hbar\omega > 2\Delta$ , то энергии квантов электромагнитной волны хватает, чтобы разорвать пару, и даже при  $T = 0$  К сверхпроводимость практически не проявляется.

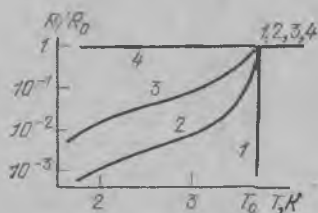


Рис. 11.8. Зависимость от температуры отношения сопротивления олова на различных частотах к соответствующему сопротивлению  $R_0$  при  $T > T_c$ . При  $T > T_c$  на всех частотах сопротивление не зависит от температуры. Оно падает скачком до нуля при измерениях на постоянном токе (1), изменяется более плавно на частотах 1,2 ГГц (2) и 9,4 ГГц (3) и практически не зависит от температуры при  $2 \cdot 10^{13}$  Гц (4) (А. Б. Пиппард, 1947).

Металлы хорошо проводят тепло. Объясняется это тем, что электроны проводимости, увеличив в среднем свою энергию там, где выделяется тепло, переносят эту лишнюю энергию на большое расстояние. Казалось бы, сверхпроводники, по аналогии со сверхтекучим гелием, должны обладать тоже гигантской теплопроводностью. Но это не так. Вспомните, чем объясняется сверхтеплопроводность гелия: сверхтекучая компонента устремляется к источнику тепла и «разбавляет» нагретый гелий. А сверхпроводящая компонента в металле не может это сделать — ведь пары заряжены, и знак за-

решетку кристалла, но они обладают инерцией. Поэтому, если электрическое поле снаружи сверхпроводника быстро изменяется, то внутри металла вблизи его поверхности остается электрическое поле \*). Это поле действует и на нормальные электроны, отдавая им свою энергию. Поэтому в переменном поле сверхпроводники обладают сопротивлением, которое тем больше, чем выше частота (рис. 11.8). Но чем ниже температура, тем их сопротивление ниже благодаря резкому уменьшению плотности нормальных электронов. Такое поведение наблюдается, если частота не слишком велика, точнее, если  $\hbar\omega < 2\Delta$ . Если же  $\hbar\omega > 2\Delta$ , то энергии квантов электромагнитной волны хватает, чтобы разорвать пару, и даже при  $T = 0$  К сверхпроводимость практически не проявляется.

Металлы хорошо проводят тепло. Объясняется это тем, что электроны проводимости, увеличив в среднем свою энергию там, где выделяется тепло, переносят эту лишнюю энергию на большое расстояние. Казалось бы, сверхпроводники, по аналогии со сверхтекучим гелием, должны обладать тоже гигантской теплопроводностью. Но это не так. Вспомните, чем объясняется сверхтеплопроводность гелия: сверхтекучая компонента устремляется к источнику тепла и «разбавляет» нагретый гелий. А сверхпроводящая компонента в металле не может это сделать — ведь пары заряжены, и знак за-

\*) Аналогичная ситуация возникает в катушке индуктивности — из-за ее инерции ток не может установиться мгновенно, и потому между ее концами появляется напряжение, пропорциональное изменению в ней магнитного потока.

ряда у них тот же, что и у нормальных электронов. Представим себе, что конденсат устремился туда, где выделяется тепло. Это приведет к тому, что в этом месте появится избыточный заряд, поле которого воспрепятствует движению пар, так что никакого стационарного потока конденсата к источнику тепла не возникает, а вместе с тем не появляется никакой сверхтеплопроводности.

О самих парах мы знаем, что они движутся без трения, т. е. они не могут отдать или, наоборот, приобрести избыточную энергию. Поэтому и тепло они не могут переносить — ведь это поток энергии, и теплопроводность сверхпроводников  $\kappa_c$  при  $T = 0$  такая же, как у диэлектриков, — очень низкая. Если  $T \neq 0$ , то она становится немного большей, однако по сравнению с теплопроводностью металла в нормальном состоянии  $\kappa_n$  она оказывается равной  $\kappa_c \approx \kappa_n \cdot e^{-\Delta/kT}$ , т. е. пропорциональной плотности нормальных электронов. Если взять хороший чистый монокристалл, у которого в нормальном состоянии теплопроводность очень высока, то при низких температурах  $T \ll T_c$  он тепло проводит в тысячи раз хуже. Это свойство используют в криостатах адиабатического размагничивания, о чем мы уже писали: если две части такого прибора соединить перемычкой из сверхпроводника, то когда сверхпроводимость разрушена магнитным полем, они легко обмениваются теплом, но стоит выключить поле, как тепловая связь рвется.

Все свойства сверхпроводников, которые мы описали (да и многие другие), подтверждают существование связанного состояния с энергией, немного меньше фермиевской. А нет ли экспериментов, которые доказали бы, что электроны путешествуют по кристаллу парами, связанными колебаниями решетки. Оказывается, есть. Сначала — о роли фононов. Вы знаете, что у многих элементов существуют изотопы, есть они и у такого, например, типичного сверхпроводника, как олово. Эти изотопы можно отделить друг от друга и приготовить образцы из разных изотопов. Химические свойства изотопов одинаковы, так что единственное различие у этих кристаллов — массы ионов, составляющих решетку. А силы, действующие между ними, одинаковы, если пренебречь совершенно ничтожными добавками из-за различия амплитуды нулевых колебаний, которые для тяжелых атомов вообще играют малую роль. Поэтому, как для любой колебательной системы, все собственные частоты — а это, напомним, в твердом теле есть частоты фононов, — у образцов разного изотопического состава будут пропор-



циональны  $\sqrt{1/m_{\text{из}}}$ , где  $m_{\text{из}}$  — атомная масса изотопа. Если сверхпроводимость связана с фононами, то, очевидно, энергетические параметры, описывающие ее, т. е.  $\Delta$  и  $T_c$ , пропорциональны характерным энергиям фононов, или  $\sqrt{1/m_{\text{из}}}$ . Если звуковые волны не при чем, то все изотопы должны иметь одно и то же значение  $T_c$ . Оказалось, что, например, для олова  $T_c \propto m_{\text{из}}^{-(0,505 \pm 0,019)}$ , так что от фононов уже не отмахнуться. Надо сказать, что эти измерения были весьма сложными — нужно было очень точно измерять критические температуры, различающиеся всего на несколько сотых градуса.

С парами электронов эксперимент оказался еще нагляднее. Посмотрим, как ведет себя электрический заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле. Если его скорость  $v$ , то на него действует сила Лоренца  $F = qvB$ , направленная перпендикулярно к  $v$  и  $B$ . Под действием этой силы заряд движется по окружности с радиусом  $R = mv/qB$  и угловой частотой  $\Omega = qB/m$ . Вспомним теперь про квантовую механику: если есть движение с частотой  $\Omega$ , то ему отвечают уровни энергии, отстоящие друг от друга на  $\hbar\Omega$ . По аналогии с маятником мы можем написать для разрешенных значений энергии  $E_n = (j + 1/2) \hbar\Omega$ . С другой стороны, кинетическая энергия частицы — это  $mv^2/2$ . Значит, заряд может двигаться только так, чтобы иметь значения скорости, определяемые условием

$$\frac{mvj^2}{2} = j\hbar\Omega.$$

(Половинку справа мы отбросили, так как она происходит от нулевых колебаний; если бы мы стремились ее сохранить, то пришлось бы и слева тоже их учесть.) Соответственно, радиус орбиты

$$R_j^2 = \left(\frac{m}{qB}\right)^2 \cdot \frac{2}{m} j\hbar \frac{qB}{m} = \frac{2\hbar}{qB} j. \quad (11.3)$$

Равенство (11.3) можно переписать в виде ( $\hbar = h/2\pi$ )

$$\pi R_j^2 B = \frac{h}{q} j. \quad (11.4)$$

Слева стоит поток магнитного поля через площадь орбиты, а справа — целое число, умноженное на величину  $h/q$ , называемую квантом магнитного потока. Полученный результат можно словесно сформулировать так: заряд в магнитном поле может двигаться только по такой траектории, что

бы поток поля через нее составлял целое число квантов магнитного потока.

Этот результат можно сформулировать и чуть-чуть иначе: если заряд в магнитном поле движется по замкнутой орбите, площадь которой равна  $S$ , то поле внутри нее может принимать только такие значения, чтобы поток поля составлял целое число квантов. А соответствующая формула приобретает вид

$$S \cdot B_I = \frac{h}{q} j. \quad (11.4')$$

Пока речь идет о заряде, область движения которого не ограничена, вторая формулировка не добавляет ничего нового. Но площадь орбиты можно задать — заставим, например, заряд двигаться по кольцу из тонкого слоя проводника, нанесенного на диэлектрический стержень. Если проводник — нормальный металл, то появление замкнутых траекторий по кольцу маловероятно, так как электроны сталкиваются с границами слоя, его дефектами и рассеиваются. А вот в сверхпроводнике носители тока не рассеиваются, и равенство (11.4) утверждает, что магнитное поле внутри кольца может изменяться только скачками, соответствующими одному кванту потока. Сейчас это уже хорошо проверенный факт, положенный в основу работы самого чувствительного магнитометра. А здесь будет описан первый эксперимент, в котором было обнаружено квантование магнитного потока.

Начнем с того, что вычислим значение кванта потока  $\Phi_0$ . Он равен (при  $q = 2e$ )  $\Phi_0 \approx 2 \cdot 10^{-15}$  Вб, т. е. при площади орбиты  $1 \text{ см}^2$  индукция внутри нее будет всего  $\sim 2 \cdot 10^{-11}$  Тл, или, в более удобных единицах,  $\sim 2 \cdot 10^{-7}$  Гс. Эти единицы удобнее тем, что есть хорошая величина для сравнения — магнитное поле Земли, равное  $\sim 0,5$  Гс. Измерить поле  $\sim 2 \cdot 10^{-7}$  Гс не так-то просто. Единственный надежный метод, который сейчас есть, основан на том же самом эффекте — квантовании магнитного потока, который еще предстояло установить. Поэтому сделали следующее: чтобы индукция поля, соответствующего  $\Phi_0$ , была побольше, взяли образец очень маленького размера — тонкую пленку олова, осажденного на кусочек медной проволоки (рис. 11.9). Поверх нее пришлось осадить еще слой меди, чтобы не испортить образец еще до начала работы. Этот образец помещался между двумя микрокатушками по  $10^4$  витков каждая. Катушки были включены

навстречу друг другу. Образец приводился в колебательное движение с амплитудой 1 мм и частотой 100 Гц.

Опыт проводился так. Сначала прибор калибровался. Для этого образец охлаждался до  $T < T_c$  и включалось внешнее поле  $B_0$ . Благодаря появлению сверхпроводящих

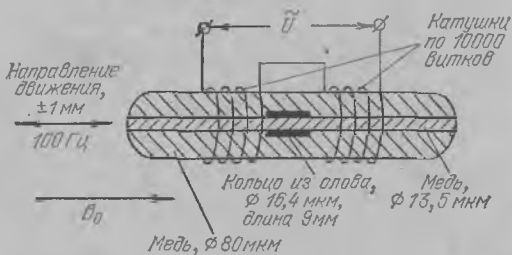


Рис. 11.9. Схема устройства, при помощи которого было обнаружено квантование магнитного потока в кольцевых сверхпроводящих пленках (Б. С. Дивер, В. М. Файрбенк, 1961).

токов на поверхности образца магнитное поле в полость цилиндра не проникало. Можно сказать, что поле внутри него — это сумма внешнего,  $B_0$ , и встречного поля  $-B_0$ . Это второе поле движется вместе с образцом, благодаря

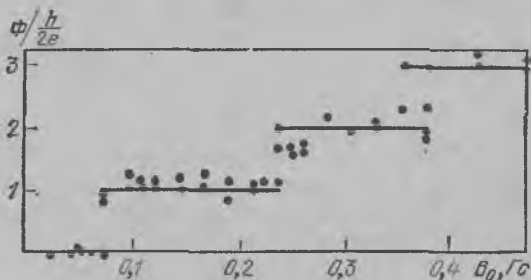
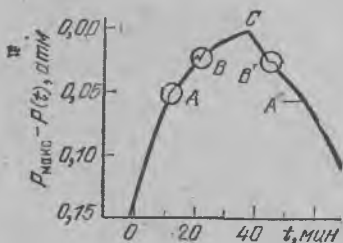


Рис. 11.10. Зависимость магнитного потока через цилиндрическую пленку сверхпроводящего олова (см. рис. 11.9) от индукции внешнего поля, в котором образец охлаждался от  $T > T_c$  до  $T < T_c$  (Б. С. Дивер, В. М. Файрбенк, 1961).

чему периодически меняется поток, пронизывающий катушки. При этом в них наводится переменная э. д. с., величина которой пропорциональна индукции поля внутри сверхпроводящего цилиндра (равной по величине индукции внешнего поля), умноженной на его площадь, т. е. потоку через него.

После того, как был установлен коэффициент пропорциональности между выходным сигналом и потоком через образец, опыт видоизменили. Теперь поле  $B_0$  включалось при  $T > T_c$ , и образец остывал в нем. После этого внешнее поле выключалось, и измерялся «замороженный» поток

Рис. 11.11. Запись изменения давления  $^3\text{He}$ . Первые 40 минут давление увеличивалось (температура уменьшалась), а после этого (точка  $C$ ) уменьшалось. Изменение наклона в точках  $A$  и при том же давлении при разгрузке — в точке  $A'$  и скачки в  $B$  (соответственно, в  $B'$ ) происходят в те моменты, когда  $^3\text{He}$  переходит в сверхтекучие  $A$ - и  $B$ - фазы. (Д. Д. Ошерф, У. Дж. Галли, Р. С. Рихардсон, Д. М. Ли, 1972).



Получились результаты, показанные на рис. 11.10: при разных значениях  $B_0$  и поток через сверхпроводящий цилиндр оказывался различным, но все точки ложились возле значений  $\Phi = jh/2e$ . Так было доказано, что носители тока в сверхпроводниках — пары электронов.

Итак, можно с уверенностью считать, что природа сверхпроводимости полностью разъяснилась. Но обратите внимание — в начале главы мы сопоставляли газ электронов с  $^3\text{He}$ . А не могут ли «спариваться» и атомы  $^3\text{He}$ ? Тогда и тут исчезнет препятствие для сверхтекучести. Когда ученым пришла в голову эта мысль, начались интенсивные поиски сверхтекучести  $^3\text{He}$ . Физики все ближе подходили к абсолютному нулю, и наконец-то был получен первый обнадеживающий результат.

Вот как проходил опыт. Изучалась работа криостата на эффекте Померанчука.  $^3\text{He}$  медленно сжимался так, чтобы занимаемый им объем изменялся линейно со временем,  $V = V_0 - at$ . Изменения объема происходили потому,

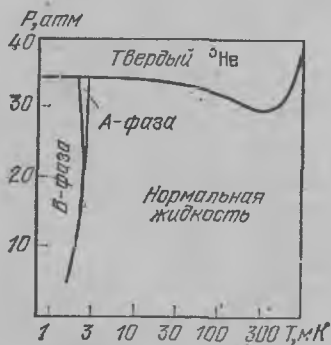


Рис. 11.12. Фазовая диаграмма  $^3\text{He}$  при низких температурах  $A$ - и  $B$ -фазы — сверхтекучая жидкость.

что плотность жидкого и твердого  ${}^3\text{He}$  различна. Если в системе не происходит никаких качественных изменений, то зависимость  $P(t)$  должна быть гладкой. Но совершенно неожиданно для исследователей на ней появились две особенности: излом  $A$  и скачок  $B$  (рис. 11.11). Эти особенности означали: в  ${}^3\text{He}$  происходит фазовый переход, и не один. Вскоре было доказано, что это переход в сверхтекучее состояние, причем оба скачка отвечают сверхтекучести  ${}^3\text{He}$ , но с разной внутренней структурой этих состояний. На диаграмме  ${}^3\text{He}$  в области милликельвинов появились сразу две  $\lambda$ -линии (рис. 11.12). Это открытие стало убедительной демонстрацией того, как далеко продвинулась физика низких температур со времен Камерлинг-Оннеса и в понимании явлений, и в технике эксперимента. Обнаружение сверхтекучести  ${}^3\text{He}$  явилось, пожалуй, самым интересным событием в физике низких температур за последнее десятилетие.

## ГЛАВА 12

### ДВУМЕРНЫЙ МЕТАЛЛ ТЕРЯЕТ СОПРОТИВЛЕНИЕ

В металле сопротивление возникает из-за того, что те самые электроны, которые переносят электрический заряд, сталкиваясь с дефектами решетки и с ее тепловыми колебаниями, изменяют свое состояние. В сверхпроводниках же пары электронов свое состояние изменять не могут, и поэтому ток, раз возникнув, течет вечно. Но образование пар диктуется внутренними свойствами вещества. А нельзя ли уничтожить сопротивление внешним воздействием, не изменяя сам проводник? Долгое время это представлялось мало реальным, и лишь совсем недавно стало ясно, что такое состояние проводника, когда по нему течет ток без затрат энергии, можно создать магнитным полем.

Мы уже писали в предыдущей главе, что электроны в магнитном поле движутся так, чтобы внутри их орбиты помещалось целое число квантов магнитного потока, и для них существуют разрешенные значения энергии

$$E_j = \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{eB\hbar}{m} = \left(j + \frac{1}{2}\right) \hbar\Omega, \quad (12.1)$$

называемые уровнями Ландау. Если подставить в эту формулу  $B = 10$  Тл и  $m = m_e$ , то увидим, что разность энергий между уровнями имеет величину порядка десятка кельвинов. Не означает ли это, что электроны в магнитном поле теряют возможность изменять энергию на малую величину, т. е., что металл становится диэлектриком?

Нет, ничего особенного не происходит, и основная причина тому — трехмерность вещества: электроны движутся не только в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю, но и вдоль него. А сила Лоренца при  $v \parallel B$  равна нулю. Поэтому правильное выражение для уровней Ландау будет

не таким, какое дает формула (12.1) — в нем появится слагаемое  $p_z^2/2m$  (ось  $z$  мы направили так, что она параллельна  $B$ ). Итак,

$$E_{i_{\text{полн}}} = \left(j + \frac{1}{2}\right) \hbar \Omega + \frac{p_z^2}{2m}, \quad (12.2)$$

и свобода движения вдоль  $B$ , превратив траектории из окружностей в винтовые спирали, спасает металл.

Но существуют и двумерные проводники, и один из примеров мы описывали — это электроны на поверхности гелия (в девятой главе). Другой, который нас будет сейчас интересовать, — это слой электронов у поверхности полупроводника. Возьмем кристалл полупроводника, скажем, кремния, и нанесем на его поверхность тонкий слой диэлектрика — окись кремния  $\text{SiO}_2$ . Поверх него изготовим электрод из металла, который будем называть затвором (рис. 12.1). Приложим теперь разность напряжений между подложкой — полупроводником и затвором. Ток, конечно, не пойдет — ему мешает барьер из диэлектрика. Но часть зарядов из объема полупроводника подойдет к поверхности и соберется там. Их плотность, как и для элек-

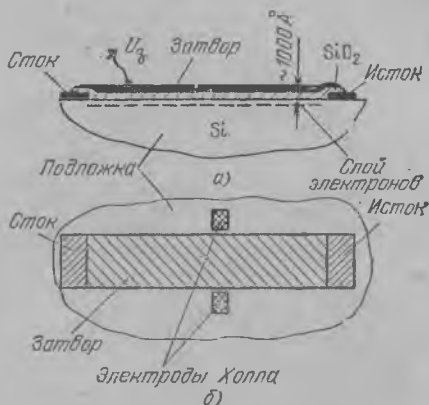


Рис. 12.1. Схема устройства полевого транзистора (а) и подключения к нему электродов Холла (б).

тронов над гелием, определяется формулой (9.14). Но окись кремния — вещь прочная, устойчивости она не теряет, и выдерживает напряженности поля в сотни мегавольт на метр. Поэтому и собрать у поверхности полупроводника можно довольно много зарядов — до  $10^{12}$  ÷  $10^{13}$  на каждом квадратном сантиметре.

Нетрудно убедиться, что проводящий слой — его называют каналом — действительно возникает. Для этого нужно сделать еще два контакта: один из них называется исток, другой — сток (рис. 12.1). Если теперь между истоком и стоком включить напряжение, то в этой цепи потечет ток. Но пока напряжение на затворе  $U_3 = 0$ , у поверхности зарядов мало, сопротивление велико, и ток мал. При подаче на затвор управляющего напряжения ток сильно возрастает, и чем больше  $U_3$ , тем больше зарядов в поверхностном слое и тем больше ток. То, что у нас получилось, называется полевым транзистором: ток через него управляется напряжением на затворе.

Полевой транзистор оказался очень хорошим прибором, и одно из его достоинств в том, что он может работать при низких температурах. Значит, его можно применять в охлаждаемых усилителях, чувствительность которых повышается благодаря уменьшению теплового шума (этот вопрос мы обсуждали в третьей главе). Ученые с большим интересом взялись за исследование свойств полевых транзисторов. Привлекло их то, что проводящий двумерный слой электронов — это двумерный металл, т. е. он сохраняет электропроводность при охлаждении.

Как и для обычного металла, в этом случае можно говорить об энергии и импульсе Ферми. Но в приповерхностном слое свободное движение возможно только вдоль поверхности. Отойти от нее мешает поле, создаваемое напряжением на затворе. Поэтому, если начать, как и для металла, строить разные состояния, исходя из неопределенности импульса, то для направления, перпендикулярного к поверхности (пусть это опять будет ось  $z$ ), значение импульса  $p = \hbar k$  для всех электронов нужно взять одним и тем же. Раз так, то в выражениях (10.1) исчезает третья строка, и правило для подсчета числа возможных состояний становится таким же, как при подсчете числа колебаний мембраны (формула (2.9)). Учитывая спин, получаем

$$n_e = \frac{2S_p}{(2\pi\hbar)^2}, \quad (12.3)$$

где  $n_e$  — это число всех электронов, деленное на площадь образца под затвором, т. е. поверхностная плотность электронов, а  $S_p = \pi r^2$  — «площадь» круга в плоскости импульсов  $p_x, p_y$ . Действуя по тому же рецепту, как при выводе формул (10.3) и (10.4), найдем

$$p_F = 2\pi\hbar \sqrt{\frac{n_e}{2\pi}}, \quad (12.4)$$

$$E_F = \pi\hbar^2 \frac{n_e}{m}. \quad (12.5)$$

Подставим сюда  $n_e = 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и вычислим  $E_F$ . Надо только еще учесть, что в полупроводниках (да и в металлах тоже), масса электрона сильно отличается от массы свободного электрона  $m_e$ . Это результат того, что он движется не в пустом пространстве, а «пробирается» между атомами кристаллической решетки. Оказывается, что в кремнии  $m \approx 0,2 m_e$ . Итак, получается  $T_F = E_F/k = 100 \text{ К}$ . Таким образом, при гелиевых температурах действительно выполняется характерное для металлов соотношение  $T/T_F \ll 1$ .

Этот двумерный металл очень чувствителен к магнитному полю, направленному вдоль оси  $z$ .

Его сопротивление осциллирует — становится то больше, то меньше — при изменении индукции (рис. 12.2). Причину такого поведения мы сейчас установим.

Пусть полевой транзистор находится в поле с индукцией  $B$ . Тогда движение электронов в плоскости  $x, y$  квантовано, и их возможные энергии даются формулой (12.1), так как движения вдоль поля не может быть. Сколько же электронов может поместиться на каждом уровне? Пока не было магнитного поля,  $n_e$  электронов заполняли все разрешенные для них состояния вплоть до энергии  $E_F$ . Теперь они «сажаются» на уровни, и число тех уровней, энергия которых меньше  $E_F$  равно, очевидно (считаем, для простоты, поле слабым, так что  $\hbar\Omega \ll E_F$ )

$$j \approx \frac{E_F}{\hbar\Omega} = \frac{\pi\hbar n_e}{eB}, \quad (12.6)$$

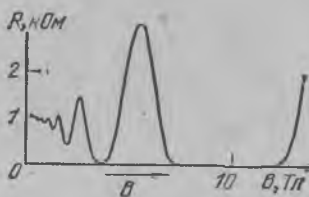


Рис. 12.2. Зависимость сопротивления канала при  $n_e = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  от величины магнитного поля (К. фон Клитцинг, 1981).



а на каждый уровень приходится число электронов  $n_B$ , так что

$$n_B = \frac{n_e}{j} = \frac{eB}{2\pi\hbar}. \quad (12.7)$$

Смысл последней формулы нетрудно понять, если посмотреть, как выглядят орбиты электронов на плоскости  $x, y$ . Чтобы не запутывать картину, нарисуем орбиты только для  $j = 0$  и  $1$  (рис. 12.3). А теперь вспомним, что соотношение неопределенностей запрещает существование точных значений координаты, так что окружности размыты, а электроны пребывают где-то в заштрихованных областях вблизи них, поэтому граница между состояниями «0» и «1»

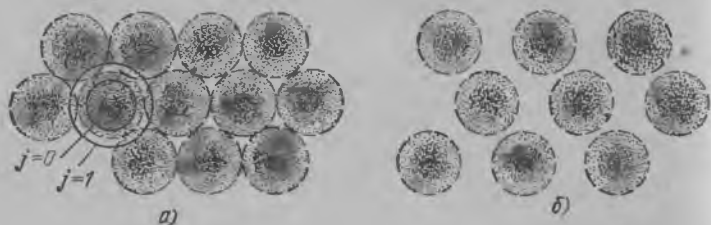


Рис. 12.3. Схема заполнения плоскости  $x, y$  электронами уровня Ландау с  $j = 0$ . При максимальном заполнении электроны занимают места на «пятачках», ограниченных штриховыми окружностями (а). При частичном заполнении (б) электроны занимают лишь часть мест. При этом у них появляется возможность изменять свое положение, переходя на свободные места.

проходит примерно посередине между окружностями. Итак, электрон с  $j = 0$  «заперт» на участке с площадью  $s \approx \approx 2\pi\hbar^2/eB$  (см. формулу (11.4)). Мы можем рядом поместить еще электроны, если центры их орбит разнесены так, что «пятачки», отведенные для них, не перекрываются. Поэтому на единице площади разместится  $1/s \approx eB/2\pi\hbar^2$  электронов. На каждой пятачке разрешено пребывать двум электронам с разными спинами, и, учтя это, мы приходим к формуле (12.7).

При выводе формулы (12.6) мы написали приблизительное равенство, потому что уровень Ландау не обязательно совпадает с уровнем Ферми, да и сам уровень Ферми в магнитном поле не остается постоянным. Но вот с плотностью электронов  $n_e$  магнитное поле ничего сделать не может. Поэтому при абсолютном нуле ситуация такова: электроны полностью заполняют  $0, 1, \dots, (j - 1)$  нижних уровня,

а  $j$ -й заполнен лишь частично, так чтобы выполнялось равенство

$$n_e = j \frac{eB}{\pi \hbar} + \xi \frac{eB}{\pi \hbar}. \quad (12.8)$$

Слева в этой формуле стоит константа, а справа — величина, содержащая изменяемое по воле экспериментатора поле  $B$ . Значит, и  $j$ , и  $\xi$  зависят от  $B$ . При изменении поля  $j$  может изменяться только скачками на  $\pm 1$ , а  $\xi$  непрерывно, оставаясь в пределах  $0 \leq \xi < 1$ .

Случай  $\xi = 0$  особый — при этом условии на уровнях от 0 до  $(j - 1)$  все состояния заняты, а следующий уровень —  $j$ -й — полностью пуст. А ведь это похоже на диэлектрики, только вместо энергетических зон, разделенных щелью, есть уровни с разной энергией. Но в созданном магнитным полем «диэлектрике» может идти ток. Причина этому проста: в истинном диэлектрике зоны формируются благодаря полям, создаваемым атомами кристалла. Поэтому при заполненных зонах и невозможен ток, т. е. движение электронов относительно кристалла. Но на образование магнитных зон поля атомов не влияют, и потому будут электронные пятачки стоять на месте или перемещаться все вместе относительно кристалла — это безразлично. Но уже если ток идет, то ничто его не тормозит, так как электроны ни с чем не могут столкнуться. Это странное, на первый взгляд, явление обязано тому, что ни один электрон не может изменить свое состояние независимо от других, ему мешает это делать принцип Паули.

Иное дело, если  $\xi \neq 0$ . Тогда на частично заполненном уровне  $j$  есть пустые места, что означает, если посмотреть на рис. 12.3, пустые места в плоскости двумерного проводника. И электроны могут, сталкиваясь с неоднородностями в образце, перескакивать на эти пустые места. Но такие перескоки, когда их направление противоположно току, приводят к уменьшению средней скорости электронов или, что то же самое, тока. Поэтому, если  $\xi \neq 0$ , то появляется сопротивление, и для поддержания тока в канале полевого транзистора надо прикладывать напряжение между истоком и стоком. Если  $\xi$  мало отличается от 0 или 1, то возможностей для перескоков немного, и сопротивление мало. А максимум оно при  $\xi \approx 1/2$ .  $\xi$  становится равным нулю много раз, и много раз при изменении поля сопротивление становится малым (см. рис. 12.2). До нуля оно не падает хотя бы потому, что если температура не равна нулю, то на уровне

( $j - 1$ ) появляются пустые места, а часть электронов попадает на уровень  $j$ . Эта часть определяется формулой Больцмана, поэтому осцилляции сопротивления становятся большими при  $\hbar\Omega/kT \gg 1$ . Так, в поле  $\sim 15$  Тл наблюдалось падение сопротивления в  $\sim 10^7$  раз (рис. 12.4). Зависимость, показанная на этом рисунке, была получена несколько иначе, чем рис. 12.2: изменялось не поле, а концентрация электронов  $n_e$ . Сделать это в полевом транзисторе легко, а все рассуждения при этом не изменяются.

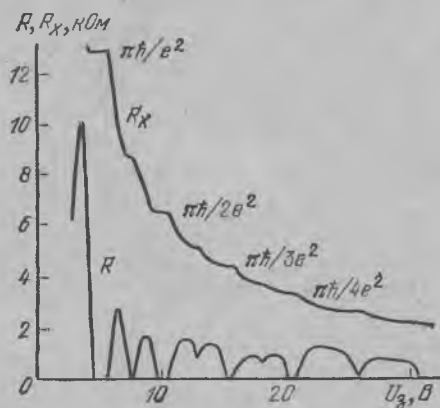


Рис. 12.4. Зависимость сопротивления канала и сопротивления Холла от напряжения на затворе полевого транзистора:  $B = 18,9$  Тл,  $T = 1,5$  К (К. фон Клитцинг, 1981).

Оказывается, падение сопротивления в миллионы раз еще не самое интересное явление, которое было обнаружено в полевом транзисторе, помещенном в магнитное поле. Вспомним, что на ток в магнитном поле действует сила. Чтобы ток от истока дошел до стока, эта сила должна быть чем-то уравновешена — в данном случае электрическим полем  $E_x$ , возникающим в направлении, перпендикулярном к току. Это поле (его называют полем Холла), возникает из-за того, что магнитное поле, прижимая поток электронов к одному из краев канала, создает там избыточный заряд, так что поле Холла — это кулоновское поле лишних электронов.

Вычислить  $E_x$  нетрудно. Рассмотрим отдельный электрон, участвующий в создании тока  $I$  в канале шириной  $d$ . Действующая на него сила Лоренца равна  $IB/d \cdot n_e$ , так как его скорость  $v = I/d \cdot n_e \cdot e$ . Эта сила должна быть равна

$eE_x$ , отсюда и получаем

$$E_x = \frac{IB}{dn_e e}. \quad (12.9)$$

А теперь подставим сюда  $n_e$  из формулы (12.8) для случая  $\xi = 0$  и придем к замечательному результату:

$$\frac{U_x}{I} = \frac{\pi \hbar}{e^2} \frac{1}{j}. \quad (12.10)$$

Слева появилась разность напряжений по обе стороны канала, так как она и есть, очевидно,  $E_x$ . Отношение  $R_x = U_x/I$  называется сопротивлением Холла. Справа стоит уже знакомый нам по десятой главе набор мировых постоянных. Формула (12.10) означает: в тот момент, когда в магнитном поле сопротивление канала падает до нуля, холловское сопротивление полевого транзистора определяется только значениями констант  $\hbar$  и  $e$  и совершенно не зависит от свойств вещества.

Чтобы измерить  $R_x$ , к нашему прибору надо добавить еще пару контактов, называемых холловскими, расположенных по обе стороны от канала (рис. 12.1). А то, что было измерено в эксперименте, показано на рис. 12.4. Удивительное обстоятельство: сопротивление Холла не подчиняется формуле (12.9), согласно которой оно должно быть обратно пропорционально  $n_e$ , а с ним и напряжению на затворе. Отличие состоит в том, что появляются участки, на которых  $R_x$  с высокой точностью постоянно и определяется выражением (12.10).

Причина появления ступенек в том, что в мире нет ничего идеального. В нашем случае поводов для неидеальности много, например, поверхность кремния в атомном масштабе отнюдь не плоская и толщина диэлектрика не постоянна. А ведь поле, определяющее концентрацию и энергию связи электронов в двумерном слое, тем больше, чем меньше расстояние от затвора до подложки. Поэтому в разных участках канала энергия связи немного разная, и полная энергия электрона, равная  $E_{\text{связи}} + \left(j + \frac{1}{2}\right) \hbar\Omega$ , на разных уровнях Ландау выглядит примерно так, как показано на рис. 12.5, а. Теперь представим себе, что уровень  $j - 1$  полностью заполнен. При дальнейшем добавлении электронов они будут стремиться расположиться на уровне  $j$  в первую очередь там, где их энергия поменьше. Это не значит, что они будут скапливаться только на опре-

деленных участках образца — этому помешают силы кулоновского расталкивания одноименных зарядов, которые заставят электроны растекаться по всему каналу. Но все же там, где расстояние между затвором и подложкой меньше, электронов будет скапливаться немного больше, и там

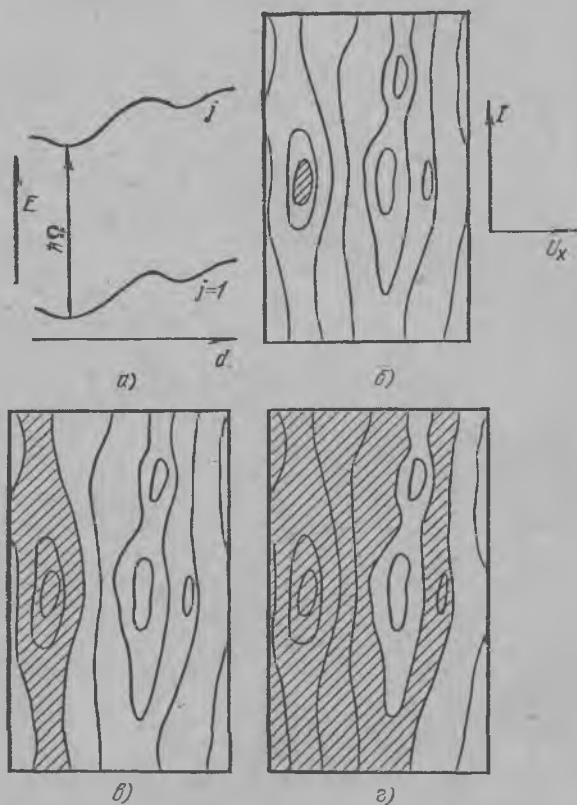


Рис. 12.5. Схема изменения энергии электрона поперек канала из-за неидеальности полевого транзистора: а — уровни Ландау; б ÷ в — рельеф распределения плотности заряда по каналу при разной степени заполнения уровня. Заштрихованы участки канала, где плотность электронов соответствует максимальной плотности заряда. Весь ток протекает в пределах этих областей.

раньше будет достигнута максимальная плотность (12.7). Если нарисовать распределение плотности так, как рисуется рельеф на географических картах, то в этот момент картина станет такой, как на рис. 12.5, б.

Увеличим напряжение на затворе. Тогда там, где уже достигнута максимальная плотность, она уже больше не растет — слишком далеко по энергии до следующего уровня Ландау. Поэтому картина становится такой, как на рис. 12.5, в: появляются непрерывные полосы, на которых  $n_e = (j + 1)eV/\pi\hbar$ . И сразу же весь ток, который течет в канале, стягивается в эти полосы. Причина ясна — ведь они как бы сверхпроводящи, по ним ток течет без сопротивления, и они шунтируют весь образец. Сопротивление Холла сразу же становится равным  $\pi\hbar/e^2 (j + 1)$ , так как напряжение Холла будет «набираться» только там, где течет ток, т. е. где  $n_e$  выражается через мировые постоянные. И такая ситуация будет сохраняться теперь до тех пор, пока по площади всего канала не станет полностью заполнен уровень  $j$ . Это и есть причина появления ступенек на зависимости  $R_x(U_3)$ .

Физики всегда с большим интересом относятся к таким явлениям, которые характеризуются только мировыми постоянными. С одной стороны, это дает возможность с высокой точностью проверять существующие теории, а с другой — определять со все большей точностью сами постоянные, которые нужны всем, имеющим дело с точными науками. Поэтому, когда стала ясна природа ступенек в эффекте Холла, фон Клитцинг, Дорда и Пеппер, обнаружившие их, предложили в 1980 г., измеряя сопротивление Холла, уточнить значение безразмерной константы, называемой постоянной тонкой структуры  $\alpha$ , играющей большую роль в квантовой электродинамике. Эта величина наиболее просто выглядит при записи в системе единиц CGSE:

$$\alpha = e^2/c\hbar. \quad (12.11)$$

Как видно,  $\alpha$  содержит ту же комбинацию констант, что и измеряемое в опыте сопротивление Холла; лишь добавлена в знаменателе скорость света  $c$ . Но последняя известна с точностью лучшей, чем  $\alpha$ .

Не прошло и двух лет, как был осуществлен опыт, в котором действительно удалось измерить по отношению напряжения на ступеньке к току через двумерный проводник значение  $\alpha$  с точностью, более высокой, чем когда-либо. Чтобы получить представление, о каких величинах идет речь, выпишем здесь это число, точнее, обратную ему величину  $\alpha^{-1}$ :

$$\alpha^{-1} = 137,035965 \pm 0,000012.$$

Измерение постоянной тонкой структуры не единственный пример, когда низкие температуры позволили уточнить мировые постоянные. Еще раньше появилось самое точное значение кванта магнитного потока  $h/2e$ . Значит, теперь можно будет уточнить и значение заряда электрона. Недавно было получено самое точное значение магнитного момента электрона при измерениях, проведение которых потребовало охлаждения прибора до температуры жидкого гелия. Эти примеры относятся к последнему десятку лет, поэтому можно считать, что вторжение низких температур в область прецизионной метрологии только лишь начинается, и мы не раз еще услышим о новых успехах на этом пути.

**Задача 1.** Нарисуем столбик атмосферы, поднимающийся вертикально, с поперечным сечением  $S$  и высотой от поверхности Земли до бесконечности (рис. Р.1). В принципе этот столбик должен бы расширяться кверху, а гравитационные силы, действующие на него, уменьшаться с расстоянием. Но известно, что уже на высоте  $\sim 100 \div 200$  км плотность атмосферы становится ничтожно малой — искусственные спутники Земли на таких высотах летают годами, не испытывая сколько-нибудь заметного торможения. Ну, а 100 км по сравнению с радиусом Земли  $R_s = 6400$  км очень немного, и можно считать Землю плоской, а силу тяжести на любой высоте полагать равной просто  $mg$ .



Рис. Р.1. К расчету зависимости давления воздуха в атмосфере от высоты.

Пусть на высоте  $h$  давление равно  $P$ . Тогда, если увеличить высоту на  $\Delta h$  ( $\Delta h \ll h$ ), то количество газа, давящего на площадку, уменьшится на величину

$$\Delta M = mN = m \frac{PS \Delta h}{kT}$$

(здесь мы использовали уравнение состояния идеального газа). Сила, с которой «укороченный» столбик будет давить на площадку на высоте  $h + \Delta h$ , уменьшится соответственно на  $g\Delta M$ , т. е. давление на высоте  $h + \Delta h$  равно

$$P(h + \Delta h) = P(h) - \frac{mg \Delta h}{kT} P(h) = P(h) \left( 1 - \frac{mg}{kT} \Delta h \right).$$

Эта формула — приближенная, потому что мы не учитывали изменения плотности по высоте слоя  $\Delta h$ . Однако ее точность возрастает при  $\Delta h \rightarrow 0$  и в этом пределе она становится абсолютно точной. Но

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{P(h + \Delta h) - P(h)}{\Delta h} = \frac{dP}{dh},$$

и можем написать

$$\frac{dP}{dh} = - \frac{mg}{kT} P.$$



Функция, производная которой пропорциональна ей самой, как вы знаете, это показательная функция. Поэтому искомый ответ имеет вид

$$P(h) = P(0) e^{-mgh/kT}.$$

Эта формула, называемая барометрической, была выведена Больцманом более ста лет назад.

**Задача 2.** Угловая частота колебаний маятника  $\omega = \sqrt{g/l} \approx 3 \text{ с}^{-1}$ . По формуле (2.1) получаем отсюда  $E_0 = 1,5 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} = 10^{-11} \text{ К}$ . При максимальном отклонении от положения равновесия груз поднимается на высоту (рис. P.2)  $h = E_0/mg = 1,5 \cdot 10^{-32} \text{ м}$ , что соответствует

$A = \sqrt{lh} = 10^{-16} \text{ м}$ . Такой же результат можно получить и с помощью соотношения неопределенностей.

**Задача 3.**

Исходим из формулы (2.3):

$$\bar{E} = a \sum_{i=0}^{\infty} \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega e^{-\hbar \omega \left(i + \frac{1}{2}\right) / kT}.$$

Эту формулу можно переписать несколько иначе:

$$\begin{aligned} \bar{E} = a \hbar \omega e^{-\hbar \omega / 2kT} & \left[ \frac{1}{2} (1 + e^{-\hbar \omega / kT} + \right. \\ & + e^{-2\hbar \omega / kT} + \dots) + e^{-\hbar \omega / kT} (1 + e^{-\hbar \omega / kT} + \\ & + e^{-2\hbar \omega / kT} + \dots) + \dots \left. \right] = a \hbar \omega e^{-\hbar \omega / 2kT} \cdot (1 + \\ & + e^{-\hbar \omega / kT} + e^{-2\hbar \omega / kT} + \dots) \left[ \frac{1}{2} + e^{-\hbar \omega / kT} (1 + \right. \\ & \left. + e^{-\hbar \omega / kT} + e^{-2\hbar \omega / kT} + \dots) \right]. \end{aligned}$$

Рис. P.2. Схема маятника.

Стоящая в круглых скобках сумма — это бесконечная геометрическая прогрессия, значит, сумма равна

$$\frac{1}{1 - e^{-\hbar \omega / kT}}$$

и

$$\bar{E} = \frac{a \hbar \omega e^{-\hbar \omega / 2kT}}{2} \cdot \frac{1 + e^{-\hbar \omega / kT}}{(1 - e^{-\hbar \omega / kT})^2}.$$

Нам остается вычислить  $a$ . Вспомним, что

$$\sum_{i=0}^{\infty} N_i = N,$$

откуда имеем

$$1 = a e^{-\hbar \omega / 2kT} (1 + e^{-\hbar \omega / kT} + e^{-2\hbar \omega / kT} + \dots) = \frac{a e^{-\hbar \omega / 2kT}}{1 - e^{-\hbar \omega / kT}}.$$

Итак, окончательно можем написать для средней энергии колебаний маятника (и любой другой колебательной системы!)

$$\bar{E} = \frac{\hbar \omega}{2} \frac{1 + e^{-\hbar \omega / kT}}{1 - e^{-\hbar \omega / kT}}.$$

При низких температурах, когда  $\hbar\omega/kT \gg 1$ , остается  $E \approx \hbar\omega/2$  — это энергия квантовомеханических нулевых колебаний, а доля энергии, приходящейся на тепловое движение, мала и равна  $\hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT}$ .

**Задача 4.** Любое число (кроме нуля) в степени 0 равно 1. Поэтому при  $\Delta x \ll 1$  имеем

$$\frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = \frac{e^{\Delta x} - e^0}{\Delta x} = \frac{e^x + \Delta x - e^x}{\Delta x} \Big|_{x=0} = \frac{de^x}{dx} \Big|_{x=0}$$

Но для показательной функции с основанием  $e$   $\frac{de^x}{dx} = e^x$ , поэтому  $\frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = e^0 = 1$ , откуда и имеем  $e^{\Delta x} = 1 + \Delta x$ , или, меняя обозначения,  $e^x = 1 + x$  при  $x \ll 1$ .

**Задача 5.** С помощью рис. Р.3 без труда найдем, что

$$l^2 \sin^2 \varphi + (l \cos \varphi + R_3)^2 = (R_3 + h)^2.$$

Здесь  $\varphi$  — угол, отсчитываемый от зенита,  $h$  — толщина атмосферы,  $R_3$  — радиус Земли, равный  $\sim 6400$  км. Поглощение радиоволны происходит в слое толщиной порядка десятков км, значит,  $h \ll R_3$ . Раскроем скобки и, считая угол  $\varphi$  не очень близким к  $90^\circ$ , т. е. путь сигнала не слишком большим по сравнению с  $h$ , выбросим член  $l^2$ , который очень мал по сравнению с  $2lR_3 \cos \varphi$ , и  $h^2 \ll 2R_3h$ . Останется  $2lR_3 \cos \varphi = 2R_3h$ , или  $l = h/\cos \varphi$ . Так как при относительно слабом поглощении волн в атмосфере его величина пропорциональна проходимому ими пути, то и получаем, что оно пропорционально  $1/\cos \varphi$ .

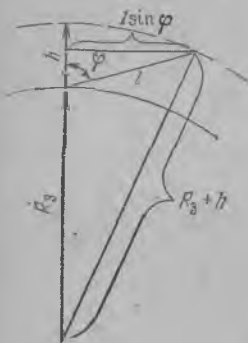


Рис. Р.3. К расчету пути радиоволны в атмосфере при наклонном распространении сигнала.

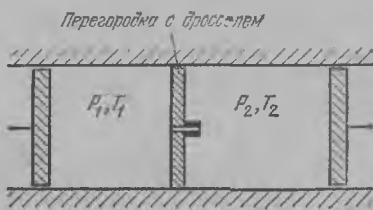


Рис. Р.4. К расчету теплового эффекта при дросселировании газа.

**Задача 6.** Пусть в начале процесса газ находился слева от дросселя и занимал объем  $V_1$  (рис. Р.4). Двигая поршень так, чтобы давление оставалось постоянным и равным  $P_1$ , мы, совершив работу  $P_1 V_1$ , вытесним его в правую часть, где его давление равно  $P_2$ , а объем, занимаемый по окончании процесса,  $V_2$ . Если пренебречь потерями энергии на трение газа, то можно составить такое уравнение баланса

энергии

$$E_2 - E_1 = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1) = P_1 V_1 - P_2 V_2,$$

где справа стоит работа, совершенная при сжатии газа, слева от дросселя минус работа, которую произвел газ, толкая правый поршень. Так как газ — идеальный, то  $P_1 V_1 = NkT_1$ ;  $P_2 V_2 = NkT_2$ . Подставляя эти значения в уравнение, увидим, что  $T_1 = T_2$ , и никакого изменения температуры не происходит.

**Задача 7.** Зеркало с температурой  $T_1$  излучает поток тепла  $q_1 = \epsilon \sigma T_1^4$ ; из этого потока второе зеркало поглощает  $\epsilon q_1$  и  $(1 - \epsilon)q_1$  отражает обратно; первое зеркало в свою очередь поглощает часть возвратившегося потока, т. е., всего  $\epsilon(1 - \epsilon)q_1$  и отражает  $(1 - \epsilon)^2 q_1$  и т. д. Таким образом, полная энергия, поглощаемая вторым зеркалом, равна

$$\epsilon q_1 + \epsilon q_1 (1 - \epsilon)^2 + \epsilon q_1 (1 - \epsilon)^4 + \dots = \frac{\epsilon q_1}{1 - (1 - \epsilon)^2} \approx \frac{q_1}{2}.$$

Прделаем то же самое для потока теплового излучения от второго зеркала с температурой  $T_2$ , и получим суммарный поток энергии от первого ко второму зеркалу  $W_e = \frac{\epsilon}{2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$ . При обмене тепла между двумя абсолютно черными стенками  $W = \sigma (T_1^4 - T_2^4)$ . Сравнивая  $W_e$  с  $W$ , можно утверждение, сформулированное в задаче, считать доказанным.

**Задача 8.** Пусть  $T_r$ ,  $T_x$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  — температуры горячей и холодной стенок и первого и второго экранов соответственно. Напишем потоки тепла к каждому из экранов (для упрощения записи опустим численный множитель  $\frac{\epsilon}{2} \sigma S$  перед  $T^4$ )

$$W_1 = T_r^4 + T_2^4 - 2T_1^4,$$

$$W_2 = T_1^4 + T_x^4 - 2T_2^4.$$

Так как в стационарном состоянии экраны не выделяют и не поглощают тепло, то  $W_1 = W_2 = 0$ . Учитывая это и вычитая  $W_2$  из  $W_1$ , получим  $T_r^4 - T_x^4 = 3(T_1^4 - T_2^4)$ . Отсюда видно, что поток тепла от первого ко второму экрану равен  $W_e/3$ . В стационарном режиме этот поток, очевидно, равен потоку тепла, достигающему холодной стенки.

Для  $n$  экранов докажем утверждение по индукции. Пусть  $(n - 1)$  экранов ослабляют погон в  $n$  раз. Вставим еще один экран между предыдущими экранами и холодной стенкой. Приравняем потоки тепла с тепловой стороны на экран и с него на холодную стенку. В результате получим  $W_n = (T_r^4 - T_n^4)/n = T_n^4 - T_x^4$ . Выразим отсюда  $T_n^4$  через  $T_r$  и  $T_x$  и подставим в любое из выражений для потока тепла. Тогда получим  $W_n = (T_r^4 - T_x^4)/(n + 1)$ . Так как для  $n = 1, 2$  это выражение верно, то мы можем считать его доказанным и в общем случае.

**Задача 9.** Проведем линию, симметричную относительно ядра левой границе смещенного облака (см. рис. 5.3) и заштрихуем область между ней и правой границей. Ясно, что только заполняющий эту область отрицательный заряд даст силу, возвращающую атом в исходное состояние. Объем этой области при грубой оценке равен  $\sim x \cdot 4\pi r^2$ ,

содержащийся в ней заряд

$$q \approx \frac{2e}{4/3\pi r^3} \cdot 4\pi r^2 x = \frac{6ex}{r}$$

и сила

$$F = \frac{2eq}{r^2} = 12 \frac{e^2 x}{r^3} = \frac{2e^2 x}{\alpha}$$

Работа по смещению зарядов равна  $\int_0^x F(x) dx$ . Подставляя сюда выражение для силы, получим потенциальную энергию поляризованного атома

$$U_{\text{п}} = \int_0^x \frac{2e^2 x dx}{\alpha} = \frac{e^2 x^2}{\alpha}$$

**Задача 10.** Энергия взаимодействия диполей равна сумме энергий взаимодействия образующих их точечных зарядов:

$$\begin{aligned} U_{\text{вз}} &= e^2 \cdot \left( -\frac{1}{R-x_1-x_2} - \frac{1}{R+x_1+x_2} + \frac{1}{R-x_1+x_2} + \frac{1}{R+x_1-x_2} \right) = \\ &= -\frac{8e^2 R x_1 x_2}{(R^2 + x_1^2 - x_2^2)^2 - 4R^2 x_1^2} \end{aligned}$$

Так как расстояние между диполями  $R \gg x_1, x_2$ , то, пренебрегая в знаменателе величинами, содержащими  $x_1^2$  или  $x_2^2$ , получим выражение (5.8).

**Задача 11.** Допустим, мы тянем рамку за одну из сторон, и сила приложена по касательной к окружности, которую описывает рамка (рис. Р.5). Из условия равновесия эта сила

$$F_t = 2lBI \sin \varphi$$

(двойка здесь появилась из-за того, что проводов — два). Если под

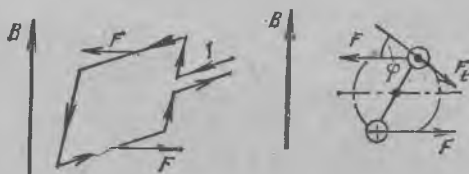


Рис. Р.5. Силы, действующие на рамку с током в магнитном поле.

действием этой силы рамка повернется на малый угол  $d\varphi$ , то путь будет  $l d\varphi/2$ , а работа

$$dA = l^2 I B \sin \varphi d\varphi.$$

Остается просуммировать эти «кусочки» при повороте от 0 до  $\pi$ . Следовательно, полная работа — а она и есть разность энергий — равна

$$A = \Delta E = \int_0^\pi l^2 I B \sin \varphi d\varphi = -l^2 I B \cos \varphi \Big|_0^\pi = 2l^2 I B = 2(S \cdot I) \cdot B = 2\mu B.$$

Задача 12. Поле электрона  $E = e/R^2$  «растянет» атом на (см. формулу (5.7))  $x = \alpha/R^2$ . Сила притяжения между атомом и электроном будет поэтому равна

$$f = e^2 \left( \frac{1}{\left(R - \frac{x}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(R + \frac{x}{2}\right)^2} \right) \approx \frac{e^2}{R^4} \cdot 2xR = \frac{2\alpha e^2}{R^5}.$$

Задача 13. Нарисуем силовые линии от электрона к пластинке, вспомнив правило, что они должны упираться в металл перпендикулярно к его поверхности, — иначе под действием касательных составляющих потечет электрический ток (рис. Р.6). А у нас задача статическая — значит, тока не может быть. Отобразим всю картинку зеркально и в точку, куда отобразился электрон, поместим положительный заряд  $+e$ . Конечно же, после этого пунктирные силовые линии перестанут быть фиктивными, а будут, очевидно, в точности соответствовать силовым линиям, создаваемым зарядом  $+e$ . Но зато теперь пластинку можно попросту убрать — ведь если она достаточно тонка, то распределение заряда по поверхности металла, которое создавал

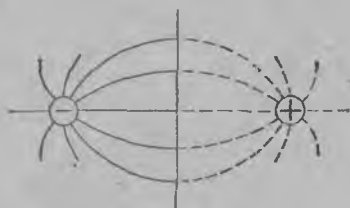


Рис. Р.6. Сплошные линии — силовые линии в системе электрон — поверхность — металла. Пунктир — силовые линии зеркального изображения заряда.

заряд  $-e$ , полностью компенсируется распределением, создаваемым зарядом  $+e$ , т. е. поле самой пластинки стало нулевым.

Силовые линии вблизи заряда  $-e$  какими были, такими и остались. Значит, замена пластинки из металла на положительный заряд, расположенный на расстоянии  $2R$  не изменяет силу, действующую на электрон. Эта сила, которая по понятным причинам получила название силы электростатического изображения, очевидно, равна по закону Кулона

$$F_{\text{из}} = \frac{e^2}{4R^2}.$$

Этот же результат можно получить из формулы (9.9), если положить в ней  $\epsilon = \infty$ , что позволяет считать  $(\epsilon - 1) \approx (\epsilon + 1)$ .

Задача 14. Запишем силу, действующую на пузырек при  $R$ , близком к  $R_0$  (формула (9.11)), т. е. вблизи положения равновесия в таком виде:

$$F = Ee - \frac{(\epsilon - 1)e^2}{8R^2} = \frac{(\epsilon - 1)e^2}{8} \left[ \frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{(R_0 + \Delta R)^2} \right] \approx \frac{(\epsilon - 1)e^2}{4R_0^3} \Delta R;$$

подставим  $R_0 = \left[ \frac{(\epsilon - 1)e}{8E} \right]^{1/2}$ , и получим

$$F = \left( 4 \sqrt{\frac{2E^3 e}{\epsilon - 1}} \right) \Delta R.$$

Теперь надо написать уравнение движения: ускорение равно силе, деленной на массу. Но вспомним, что для маятника уравнение точно такое же. Действительно, сила, действующая на массу  $m$  маятника,

равна, как хорошо известно,  $mg \sin \alpha \approx \frac{mg}{l} A$  (см. рис. P.2) — только перед координатой  $A$  стоит другая константа. Частота колебаний маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{mg}{l} \cdot \frac{1}{m}}.$$

Рассматривая это равенство, пишем ответ для частоты колебаний заряда в гелии:

$$\omega = 2 \left( \frac{2E^3 e}{e-1} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{m_{\text{гелии}}}}.$$

**Задача 15.** Сила, действующая на электрон, выражается формулой (9.10). Так как ее зависимость от  $R$  имеет точно такой же вид, как и при взаимодействии двух точечных зарядов, мы можем написать сразу для потенциальной энергии электрона вблизи диэлектрика

$U_{\text{п}} = \frac{(e-1)e^2}{8R}$ . Для электрона, находящегося в связанном состоянии

вблизи поверхности, средняя потенциальная энергия примерно равна средней кинетической энергии, т. е.  $\frac{(e-1)e^2}{8R} \approx \frac{p^2}{2m}$ . Подставим  $p \approx \frac{h}{R}$

и получим  $R = \frac{4}{e-1} \frac{h^2}{me^2}$ . Для жидкого  ${}^4\text{He}$   $e = 1,057 \dots$  и  $R \approx 70 r_{\text{Б}}$ ,

где  $r_{\text{Б}} = 0,5 \cdot 10^{-8}$  см — боровский радиус, характеризующий размеры атома водорода. Точный расчет дает для  $R = 100 \text{ \AA}$ .

**Задача 16.** Воспользуемся формулой для емкости плоского конденсатора  $C = \frac{S}{4\pi d'}$  ( $S$  — площадь пластин,  $d'$  — зазор между ними; мы пренебрегли отличием  $e$  от единицы). Получим в результате

$q = neS = CU$  и  $ne = \frac{U}{4\pi d'}$ . Пусть на электроны действует поле  $E$ . Тогда поле над заряженной поверхностью есть разность  $E$  и поля, создаваемого слоем электронов  $E'$ , а поле ниже поверхности — сумма этих полей. Вспомним, что поле над поверхностью равно нулю, а ниже ее

определяется, как и для плоского конденсатора,  $E_{\text{низ}} = \frac{U}{d'}$ . Итак, имеем

$$E_{\text{верх}} = E - E' = 0; \quad E_{\text{низ}} = E + E' = \frac{U}{d'},$$

откуда получаем

$$E = \frac{E_{\text{низ}} + E_{\text{верх}}}{2} = \frac{U}{2d'}.$$

**Задача 17.** Пусть образец расположен в длинном соленоиде, у которого число витков  $n$  (см. рис. 11.7). При переходе, происходящем при поле  $H_{\text{к}}$ , поле внутри образца падает до нуля, т. е. происходит изменение во времени магнитного потока  $\Phi$ . Поэтому появится э. д. с.

индукции  $U = -\frac{nd\Phi}{dt}$ . Если все время поддерживать ток через соленоид

равным  $I$ , то эта э. д. с. произведет работу

$$A = \int_0^{\tau} UI dt = -In \int_0^{\tau} \frac{d\Phi}{dt} dt = In (\Phi_n - \Phi_c),$$

где  $\tau$  — время, за которое происходит переход. Благодаря эффекту Мейснера разность потоков в нормальном и сверхпроводящем состояниях равна  $B_k \cdot \pi r_0^2$ . Подставив в формулу для работы  $I = \frac{10^7 B_k L}{4\pi n}$  (см. формулу (11.1)), получим

$$A = \frac{10^7 V B_k^2}{4\pi},$$

где  $V$  — объем образца.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

Предисловие	3
Глава 1. ЗАКОН ДЛЯ ХАОСА	5
Глава 2. ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	10
Глава 3. ТЕМПЕРАТУРА ВСЕЛЕННОЙ	18
Глава 4. ГЛУБОКИЙ ХОЛОД	30
Глава 5. ЖИДКИЙ И ТВЕРДЫЙ ГЕЛИЙ	44
Глава 6. СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ	60
Глава 7. ГЕЛИЙ-3	77
Глава 8. МАГНИТНЫЙ ТЕРМОМЕТР И МАГНИТНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ	87
Глава 9. ГЕЛИЙ И ЭЛЕКТРОНЫ	102
Глава 10. МЕТАЛЛЫ	120
Глава 11. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ	137
Глава 12. ДВУМЕРНЫЙ МЕТАЛЛ ТЕРЯЕТ СОПРОТИВ- ЛЕНИЕ	156
<i>Решения задач</i>	167



*Валериян Самсонович Эдельман*

## **ВБЛИЗИ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ**

---

(Серия: Библиотечка «Квант»)

Редактор *И. Г. Вирко*  
Технический редактор *Л. В. Лихачева*  
Корректор *А. Л. Ипатова*

ИБ № 12258

Сдано в набор 06.09.82. Подписано к печати 25.01.83. Т-02854. Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>.  
Бумага тнп, № 3. Литературная гарнитура. Высокая печать. Услови. печ.  
л. 9,24. Уч.-изд. л. 9,64. Тираж 150 000 экз. Заказ 585. Цена 30 коп.

Издательство «Наука»  
Главная редакция физико-математической литературы  
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,  
197136, Ленинград, П-136, Чкаловский пр., 15

Цена 30 коп.

## БИБЛИОТЕЧКА «КВАНТ»

### ВЫШЛИ ИЗ ПЕЧАТИ:

- Вып. 1. М. П. Бронштейн. Атомы и электроны.  
Вып. 2. М. Фарадей. История свечи.  
Вып. 3. О. Оре. Приглашение в теорию чисел.  
Вып. 4. Опыты в домашней лаборатории.  
Вып. 5. И. Ш. Слободецкий, Л. Г. Асламазов. Задачи по физике.  
Вып. 6. Л. П. Мочалов. Головоломки.  
Вып. 7. П. С. Александров. Введение в теорию групп.  
Вып. 8. Г. Штейнгауз. Математический калейдоскоп.  
Вып. 9. Замечательные ученые.  
Вып. 10. В. М. Глушков, В. Я. Валах. Что такое ОГАС?  
Вып. 11. Г. И. Копылов. Всего лишь кинематика.  
Вып. 12. Я. А. Смородинский. Температура.  
Вып. 13. А. Е. Карпов, Е. Я. Гик. Шахматный калейдоскоп.  
Вып. 14. С. Г. Гиндикин. Рассказы о физиках и математиках.  
Вып. 15. А. А. Боровой. Как регистрируют частицы.  
Вып. 16. М. И. Каганов, В. М. Цукерник. Природа магнетизма.  
Вып. 17. И. Ф. Шарыгин. Задачи по геометрии (планиметрия).  
Вып. 18. Л. В. Тарасов, А. Н. Тарасова. Беседы о преломлении света.  
Вып. 19. А. Л. Эфрос. Физика и геометрия беспорядка.  
Вып. 20. С. А. Пикин, Л. М. Блинов. Жидкие кристаллы.  
Вып. 21. В. Г. Болтянский, В. А. Ефремович. Наглядная топология.  
Вып. 22. М. И. Башмаков, Б. М. Беккер, В. М. Гольховой. Задачи по математике [алгебра и анализ].  
Вып. 23. А. Н. Колмогоров, А. В. Прохоров, И. Г. Журбенко. Введение в теорию вероятностей.  
Вып. 24. Е. Я. Гик. Шахматы и математика.  
Вып. 25. М. Д. Франк-Каменецкий. Самая главная молекула.  
Вып. 26. В. С. Эдельман. Вблизи абсолютного нуля.