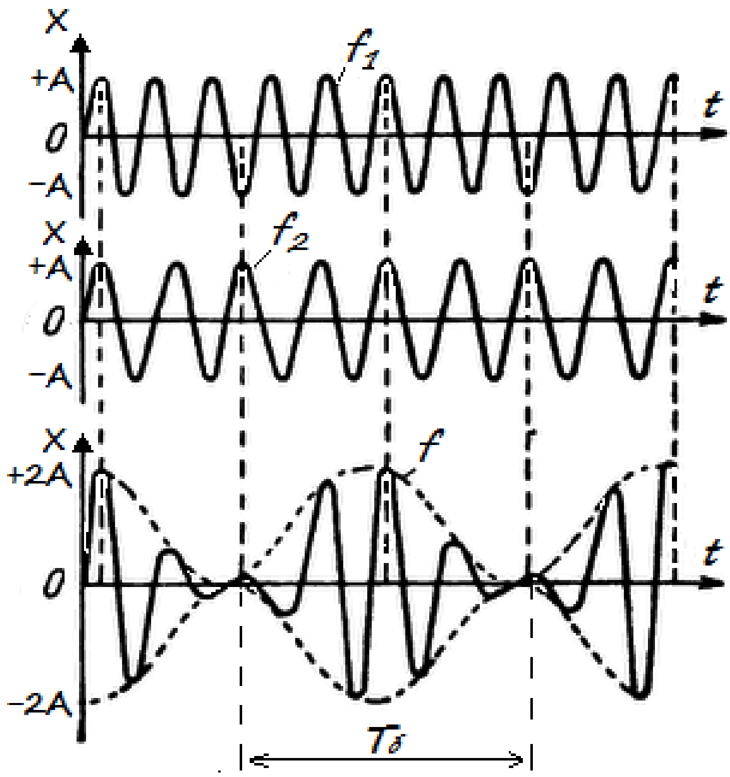
БИЕНИЯ ВОЛН

Простейший случай интерференции двух волн имеет место, когда волны равных амплитуд распространяются в одном направлении с одинаковой скоростью, но имеют слегка различные частоты.

Вы можете легко воспроизвести явление биений с помощью любых двух музыкальных инструментов. Если взять две струны, предпочтительно на одинаковых инструментах, звучащие на одной ноте, то, изменив чуть-чуть высоту тона одной из них, вы услышите быстрые возрастания и уменьшения интенсивности. Если эта пульсация происходит достаточно медленно, вы сможете подсчитать число биений в секунду.

Число биений в секунду равно разности разности частот двух звучащих нот.

Биения можно также услышать с помощью двух духовых инструментов, звучащих одновременно, если слегка изменена частота одного из них. Для этой цели хорошо подойдут два игрушечных свистка с изменяемой длиной, так же как и два тромбона.



Этот случай показан графически на приводимом рисунке. В верхней его части изображены две отдельные синусоидальные волны с близкими, но не одинаковыми частотами f_1 и f_2, движущиеся вдоль одной линии. В нижней части рисунка эти волны наложены друг на друга сложением смещений, создаваемых двумя волнами в каждой точке. В тех местах, где оба сигнала имеют приблизительно одинаковые фазы, результирующая амплитуды оказывается большой. Там, где отдельные сигналы сдвинуты по фазе приблизительно на 180°, в результате интерференции возникает сигнал с очень маленькой амплитудой. Первое, на что следует обратить внимание при изучении результирующего графика (и что вовсе не очевидно) – это то, что сумма волн выглядит как синусоидальная волна с изменяющейся амплитудой. Второе – это то, что изменение амплитуды само происходит по синусоидальному закону.

Предположим, что частоты двух сигналов равны: f_1 = 8Гц и f_2 = 10Гц. Если сначала они находятся в фазе, они снова будут в фазе спустя ½ секунды. За это время в одном из них совершится пять полных колебаний, а в другом – четыре. К моменту времени ¼ секунды сигнал с частотой 10Гц совершит 2½ колебания, а сигнал 8Гц совершит 2 колебания. В этот момент они сдвинуты по фазе на 180°, поскольку сигнал с частотой 10Гц совершил дополнительно ½ колебания. В это время они интерферируют деструктивно и амплитуда результирующего сигнала минимальна. В течение 1 секунды результирующая амплитуда проходит через два минимума и два максимума. Частота этих «биений» составляет 2Гц , что равно разности частот двух отдельных сигналов. (А период биений, соответственно $T_б = 1/f$ = 0,5Гц).

- **Дополнительный материал**

В общем случае такую ситуацию можно описать математически, используя одно из тригонометрических тождеств. Смещения, вызываемые в некоторой точке каждым сигналом по отдельности, даются выражениями

$x_1 = A\sin(2\pi f_1 t),$

$x_2 = A\sin(2\pi f_2 t).$

Если суперпозиция линейна, результирующее смещение равно

$x = x_1 + x_2 = A[\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)]/$

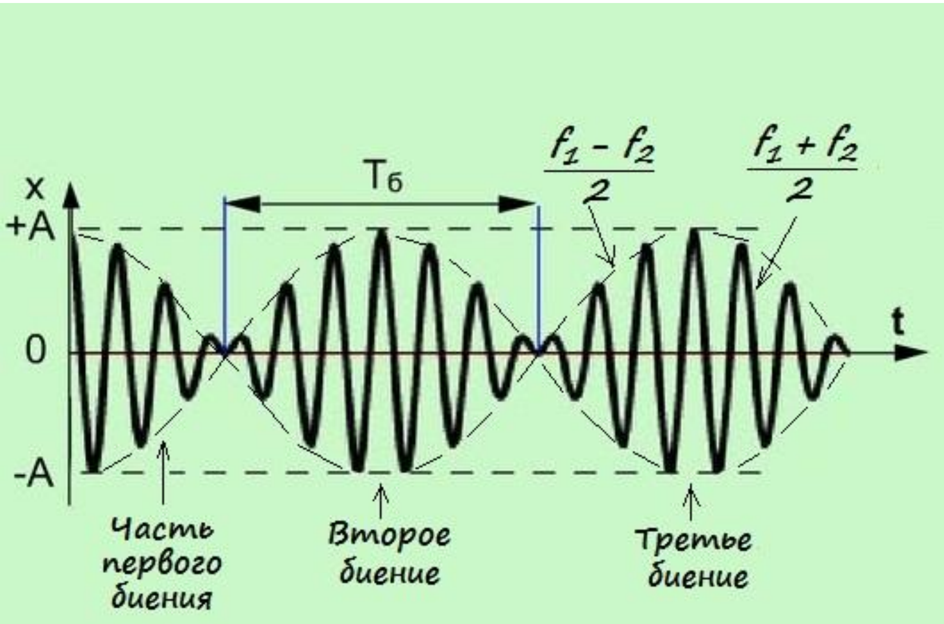
Нужное нам тригонометрическое тождество имеет вид

$\sin\varphi + \sin\theta = 2\sin\frac{\varphi+\theta}{2}\cos\frac{\varphi-\theta}{2}$

С его помощью выразим результирующее смещение через частоты f_1 и f_2:

$$\boxed{x = [2A\cos(2\pi\frac{f1-f2}{2}t)] \times \sin(2\pi\frac{f1+f2}{2}t)}$$

Здесь имеем математическое доказательство того, что суперпозицию двух синусоидальных волн можно рассматривать как другую синусоидальную волну. Тонкая структура таких колебаний описывается сомножителем с синусом. Его частота f равна $\frac{f1+f2}{2}$, что как раз равно среднему значению двух частот. В рассматриваемом выше примере результирующая средняя частота равна (10Гц + 8Гц)/2 = 9Гц. Амплитуда этой синусоидальной волны высокой частоты даётся сомножителем в квадратных скобках. Эта амплитуда медленно изменяется во времени с частотой $\frac{f1-f2}{2}$. В нашем примере частота этой медленно изменяющейся амплитуды равна (10Гц – 8Гц)/2 = 1Гц.



На первый взгляд кажется, что этот алгебраический вывод частоты биений (частоты медленно изменяющейся амплитуды) приводит к иному результату, нежели графический вывод. Но, однако, $\frac{f1-f2}{2}$ – это частота, с которой происходит полный цикл изменения амплитуды, включающий максимальное значение $+A$ и максимальное по модулю отрицательное значение $-A$. Но каждое из них воспринимается на слух как отдельное биение, и поэтому частота биений вдвое больше частоты переменного амплитудного сомножителя. Частота биений и в самом деле равна $f_1 - f_2$.

Опытные музыканты используют явление биений для настройки инструментов. Когда два тона имеют почти одинаковую частоту, вы можете услышать определённые пульсации. Можно даже найти разность частот, подсчитывая число биений в секунду, если только это число не превосходит пяти. Настройка выполняется подгонкой частоты одного из инструментов до тех пор, пока не исчезнут биения.

Присутствие биений в музыкальных звуках делает их более приятными для слуха. Каждая струна верхнего и среднего регистров рояля на самом деле представляет собой триплет, каждую струну которого можно настраивать отдельно, подгоняя её натяжение. Если частоты отдельных струн слегка различны, будут возникать биения. Этот эффект не особенно заметен, если только частота биений не превышает нескольких циклов в секунду. Если же струны расстроены в большей степени, то они издают резкие нестройные звуки, по-видимому, типичные для роялей в барах.

В действительности музыкальные звуки не представляют собой чисто синусоидальных волн, они имеют гармоники с частотами, целыми кратными основной частоте. Если вы возьмёте аккорд из нескольких нот, некоторые из гармоник отдельных нот могут оказаться очень близки друг к другу по частоте (возможно, вторая гармоника одной ноты и третья гармоника другой) и гармоники будут создавать биения. Если эти биения выражены слишком отчётливо, аккорд не будет звучать «гармонично» в классическом смысле этого слова.

Из книги: Суорц Кл. Ж., Необыкновенная физика обыкновенных явлений: Пер. с англ. В 2-х т. Т. 2. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит, 1987, с. 52-54.