



С. А. Кривошлыков

В редакцию нашего журнала пришло письмо.

«Я купил волчок в магазине «Игрушка». При запуске он переворачивается и начинает вращаться на рукоятке.

Меня интересует, какие законы физики лежат в основе его движения? Как рассчитать размеры волчка?

Ученик 10 класса Титаревской средней школы В. Ткачев»

Нам кажется, что ответ на это письмо будет интересен многим нашим читателям. Ниже мы публикуем статью ученика 10 класса школы № 45 г. Киева Сергея Кривошлыкова, содержащую ответы на поставленные вопросы. Это несколько переработанный его доклад на IV научной конференции школьников Киева.

Волчок, о котором пишет Ткачев (его часто называют волчком Томсона), представляет собой шарик со срезанной верхушкой. В центре среза находится ножка — ось, за которую волчок раскручивается (рис. 1*).

Если волчок раскрутить шариком вниз, то он, вращаясь, наклоняется, ложится набок, касается своей ножкой поверхности стола, а затем вскакивает на нее и продолжает спокойно вращаться на ножке шариком вверх (рис. 2). С уменьшением скорости вращения волчок опять возвращается в первоначальное положение. Такое поведение волчка кажется на первый взгляд очень странным. Вскakiвая на ножку, волчок увеличивает свою потенциальную энергию. Что заставляет его это делать? Ведь известно, что всякая система стремится

к минимуму потенциальной энергии. Рассмотрим явления, связанные с вращением твердого тела вокруг своей оси.

Возьмем большой маховик (например, велосипедное колесо), который может свободно вращаться вокруг жесткой горизонтальной оси.



Рис. 1.

* Размеры приведены в мм.

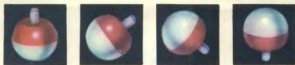


Рис. 2.

Раскрутив маховик, попробуем, взявшись руками за ось, повернуть ее в вертикальной плоскости (как показано зелеными стрелками на рисунке 3). Мы почувствуем значительное сопротивление этому повороту. Вращающийся маховик стремится сохранить свой момент количества движения (его величину и направление, а значит, угловую скорость вращения и направление оси вращения^{*}). Приложим большее усилие. Как ни странно, но мы не получим предполагаемого поворота. Ось повернется не в вертикальной плоскости, как мы хотели, а в горизонтальной, так, как показаво красными стрелками.

Это, впрочем, неожиданно лишь на первый взгляд. Как мы знаем, при вращательном движении тел вектор момента внешних сил равен скорости изменения вектора момента количества движения: $\mathbf{M} = \frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t}$ (аналогично тому, как при прямолиней-

ном движении тела внешняя сила, приложенная к телу, равна скорости изменения импульса тела: $\mathbf{F} = \frac{\Delta(m\mathbf{v})}{\Delta t}$).

Поэтому вектор $\Delta(I\omega)$ изменения момента импульса маховика за малое время Δt параллелен вектору $\mathbf{M}$ момента сил $\mathbf{F}$ (рис. 4), то есть лежит в горизонтальной плоскости. В этой же плоскости лежит и новый вектор момента импульса. Причем, так как вектор $\mathbf{M}$ перпендикулярен вектору $(I\omega)$, то изменение момента импульса $\Delta(I\omega)$ перпендикулярно самому вектору $I\omega$ момента импульса. (На рисунке 4 вектор $\Delta(I\omega)$ сделав непропорционально большим.) Поэтому момент импульса в нашем случае не изменяется по величине и меняет лишь направление. Это означает, что не меняется и угловая скорость вращения маховика вокруг его горизонтальной оси.

Если так же поворачивать ось в том случае, когда маховик вращается в противоположную сторону, то ось опять повернется в горизонтальной плоскости, но в противоположную сторону.



Рис. 3.

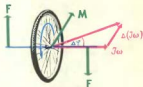


Рис. 4.

^{*}) См. статью А. К. Киконина «Вращательное движение тела» («Квант» № 1, 1971).

Отклонение оси быстро вращающегося тела в направлении, перпендикулярном плоскости действия поворачивающих сил, называется **прецессией**.

Если момент внешних сил постоянен, то и скорость изменения вектора $I\omega$ постоянна ($\frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t} = \text{const}$).

В этом случае ось маховика вращается с некоторой угловой скоростью Ω , которую называют угловой скоростью прецессии. Чем больше момент сил, приложенных к маховику, тем больше угловая скорость прецессии

$$\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta(I\omega)}{I\omega}}{\Delta t} = \frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{I\omega} = \frac{M}{I\omega}$$

(так как угол $\Delta\varphi_{\text{мав.}}$, то $\Delta\varphi = \frac{\Delta(I\omega)}{I\omega}$).

Ясно также, что чем быстрее вращается маховик (чем больше ω и $I\omega$), тем меньше угловая скорость прецессии при одном и том же моменте внешних сил (так как тем меньше угол $\Delta\varphi$ за время Δt (см. рис. 4)).

Рассмотрим вращающийся обыкновенный дискообразный волчок. В начале вращения, когда угловая скорость велика, его ось практически вертикальна. Затем угловая скорость вращения под действием сил трения в точке A и о воздух уменьшается, и волчок начинает прецессировать вокруг вертикальной оси, описывая



Рис. 5.

коническую поверхность с вершиной A (рис. 5). Почему это происходит?

Рассмотрим силы, действующие на волчок. Сила тяжести P и сила реакции опоры N создают момент сил, стремящийся опрокинуть волчок. Это приводит к тому, что ось волчка смещается перпендикулярно плоскости действия этих сил, то есть прецессирует. Направление смещения оси показано на рисунке 5 красной стрелкой. При прецессии ось волчка описывает коническую поверхность с вершиной в точке A .

Следует заметить, что прецессия оси волчка существовала и в самом начале его вращения из-за неизбежного толчка, который мы ему сообщали при раскручивании (идеально раскрутить волчок невозможно), но эта прецессия была небольшой.

Кроме момента пары сил P и N , на волчок действует еще момент сил трения $F_{\text{тр}}$ относительно центра масс волчка. На рисунке 6 показано увеличенное острие волчка. Если точка касания острья с поверхностью не лежит на оси вращения волчка (волчок наклонился), то момент силы трения лежит в плоскости рисунка и направлен к вертикали. Изменение момента импульса волчка, обусловное моменту силы трения, тоже направ-



Рис. 6.

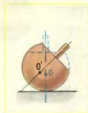


Рис. 7.



Рис. 8.



Рис. 9.

лено к оси; поэтому благодаря трению ось волчка стремится занять вертикальное положение. В этом легко убедиться, если запустить волчок наклонно. Через некоторое время его ось встанет вертикально. Момент сил трения направлен к вертикали (правилу буравчика), следовательно, изменение момента количества движения волчка тоже направлено к вертикали, а ось волчка стремится стать перпендикулярно плоскости вращения.

Итак, на наклонный волчок действуют два момента сил: момент пары сил — реакции опоры и силы тяжести и момент силы трения. Движение волчка всегда происходит при наличии этих двух моментов.

Вернемся теперь к волчку Томсона и попробуем объяснить его поведение. Так как волчок Томсона состоит из сферы со срезанной верхушкой, то его центр тяжести находится ниже геометрического центра шара, из которого он изготовлен. При раскручивании волчка мы неизбежно отклоняем его ось от вертикального положения. Но так как волчок имеет сферическую форму, то точка его опоры в результате такого отклонения меняется. Ось же вращения волчка останется прежней — вертикальной и не будет совпадать с его геометрической осью.

А так как центр тяжести волчка лежит ниже геометрического центра шарика, то в результате такого от-

клонения его центр тяжести уже не будет лежать на оси вращения (рис. 7). Он займет положение O' и будет вращаться вместе с волчком около вертикальной оси. При вращении с большой угловой скоростью центр тяжести волчка будет подниматься точно так же, как поднимается шарик на нити, если нить раскручивать так, как показано на рисунке 8.

Волчок не задерживается в боковом положении, а по инерции просканивает его, касаясь своей ножкой плоскости, на которой он вращается (рис. 2). Как только это произойдет, точка опоры волчка перескочит из точки A в точку B (рис. 9), и волчок, вращаясь около своей оси, начнет прецессировать около оси BB' . Иными словами, волчок Томсона будет вести себя как «обыкновенный» волчок. Под действием момента силы трения он совместит свою ось с вертикальной осью BB' и будет продолжать вращаться шариком вверх.

Из приведенных выше рассуждений видно, что столь странным поведением волчка Томсона мы обязаны силе трения. Действительно, если бы сила трения отсутствовала, то волчок, ударившись ножкой о плоскость, вернулся бы в боковое положение и вращался бы так, пока имел достаточно большую угловую скорость. А затем под действием момента силы тяжести вернулся бы в исходное положение (рис. 2).

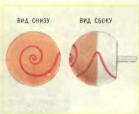


Рис. 10.

С волчком Томсона можно провести интересный опыт. Если волчок запустить по поверхности, покрытой тонким слоем пудры, то пудра оставит на поверхности волчка след — траекторию точки касания волчка с плоскостью. Этот след показан на рисунке 10. Линия на волчке закручивается спиралью, но на экваторе шарика волчка она начинает раскручиваться в обратную сторону. Почему это происходит? Закон сохранения момента количества движения требует, чтобы волчок вращался в одну и ту же сторону, как в исходном положении, так и в перевернутом. Пусть мы запустили волчок по часовой стрелке (если смотреть на него сверху). Если бы волчок перевернулся, не переставая вращаться вокруг своей оси, то в перевернутом состоянии он вращался бы уже против часовой стрелки. Поэтому, для того чтобы выполнялся закон сохранения момента количества движения, волчок в какой-то момент времени должен прекратить вращаться вокруг оси, проходящей через его ножку, а затем начать вращаться в обратную сторону. Судя по рисунку 10, это и происходит в тот момент, когда волчок лежит на боку.

Что касается расчетов размеров волчка, то он может быть любым, но таким, чтобы центр его масс не совпадал с геометрическим центром сферы, из которой он изготовлен.