ЗАЛ МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАЗВЛЕЧЕНИЙ В ДОМЕ ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ НАУКИ *

Г. ЛЕНГАУЭР (Ленинград)

В числе прочих отделов Ленинградского дома занимательной науки долгое время работал отдел занимательной математики.

Этот отдел, по мысли автора его Я. И. Перельмана, предназначался скорее для «недругов математики», чем для ее друзей.

Задачей этого отдела было не столько научить математике, сколько возбудить у широких кругов посетителей интерес к математическим знаниям, побудить к изучению математических дисциплин.

Четыре условия, которыми руководствовался автор отдела — элементарность, нешкольный материал, существенность, занимательность, дали возможность подобрать такие экспонаты, которые пользовались неизменным успехом у самых широких кругов посетителей.

Трехлетний опыт работы этого отдела позволил констатировать большой интерес посетителей к занимательной математике, позволил выделить наиболее интересные и доходчивые типы экспонатов этого отдела и установить правильную методику работы в нем. На основе этого опыта явилась возможность и необходимость существенным образом переработать и расширить экспозицию этого отдела и приспособить его к новым методам работы с посетителями, основанным на проявлении наибольшей самодеятельности со стороны последних.

Новый, значительно расширенный и измененный отдел занимательной математики, открытый в этом сезоне, носит название «Зала математических развлечений» **.

В задачи Зала математических развлечений отнюдь не входит систематическое изложение основ элементарной математики. Экспонаты зала имеют целью возбудить у самых широких кругов посетителей естественное любопытство, интерес к математическим развлечениям и переключить их в любознательность, в интерес к элементарным математическим знаниям.

Элементарность, существенность и занимательность попрежнему остаются важнейшими условиями, которым должна удовлетворять экспозиция Зала математических развлечений.

Наряду с этим имелось стремление к возможно большей полноте отдела, к разнообразию тем и экспонатов в нем.

Одно из условий, которыми руководствовались при устройстве Зала математических развлечений,— «нешкольный материал» — требует пояснений. То, что в экспозицию Зала в первую очередь привлечен «нешкольный материал», конечно, совсем не означает, что школьник не найдет для себя интересных и полезных экспонатов в Зале математических развлечений. Под словами «нешкольный материал» отнюдь не надо понимать материал, совершенно оторванный от школьного курса математики. Напротив, почти все экспонаты зала так или иначе связаны с этим курсом и могут служить хорошим дополнением или иллюстрацией к нему. Однако тематика экспонатов и их оформление часто далеки от тех, какие школьник привык встречать в школе при изучении математики. Экспонаты зала по-новому и часто с совершенно неожиданной стороны освещают знакомый школьнику учебный материал, углубляют его, представляют в новом разрезе и т. д.

В этом смысле необходимо понимать здесь условие: привлекать в экспозицию зала, в первую очередь, нешкольный материал. Опыт прежнего отдела математики показал, что такого рода материал пользуется успехом среди школьников и педагогов.

Зал математических развлечений рассчитан, главным образом, на самодеятельность посетителей, в противоположность другим отделам Дома занимательной науки, где работа с посетителем проводится обычным экскурсионным порядком. Эта экскурсия построена так, что в каждом отделе посетитель находится строго определенное время.

В Зал математических развлечений группа экскурсантов попадает в конце экскурсии по дому занимательной науки, когда все прочие отделы уже пройдены ею. Это дает возможность посетителю оставаться в зале столько времени, сколько он сам пожелает, в зависимости от большего или меньшего его интереса к экспозиции зала.

Входящую в зал группу встречает экскурсовод, проводящий короткую, десятиминутную осведомительную экскурсию по залу, при этом даются краткие объяснения по нескольким, наиболее интересным экспонатам зала и в общих чертах характеризуются прочие экспонаты. Далее группа знакомится с экспонатами зала в порядке самодеятельности. Все экспонаты снабжены этикетками и надписями, и любой, достаточно инициативный посетитель сможет работать с ними самостоятельно. Зал, в котором все экспонаты можно трогать руками, работать с ними, где много интересных задач и т. п., уже сам по себе достаточно побуждает посетителя к самодеятельности. К этому еще присоединяются усилия экскурсовода-консультанта, который то здесь, то там организует посетителей вокруг отдельных экспонатов, дает указания, отвечает на вопросы и, таким образом, активизирует самодеятельность группы.

Чтобы дать более подробное представление об экспозиции Зала математических развлечений, приводим здесь описание некоторых типичных его экспонатов.

Экспонаты можно объединить в несколько смысловых и тематических групп. Мы начнем описание с группы экспонатов, имеющих целью общее развитие представлений о чи-

---

* К пятилетию со дня основания Ленинградского дома занимательной науки.

** В экспозицию зала в основном вошли материалы по занимательной математике, собранные в работах Я. И. Перельмана. Подбор материалов для зала и конструкция экспонатов выполнены автором этой статьи. Художественное оформление экспонатов принадлежит ведущему художнику Дома занимательной науки А. Я. Малкову.

слах, развитие счетных навыков, сообразительности и т. п.

Один из этих экспонатов весьма своеобразным способом дает представление о том, как велик миллион. Вот как описывает этот экспонат Я. И. Перельман в своей книге «Занимательная арифметика».

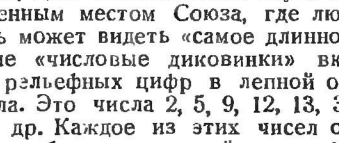
«Ряд зубчатых колес подобран и сцеплен в этом приборе так, что когда рукоятку поворачивают 10 раз, стрелка первого циферблата делает один оборот. Когда рукоятка повернется 100 раз, стрелка этого циферблата обойдет круг 10 раз, и одновременно стрелка соседнего, второго, циферблата сделает один оборот. Чтобы заставить стрелку следующего, третьего, циферблата обернуться один раз, надо сделать рукояткой прибора 1 000 оборотов. После 10 000 оборотов рукоятки обернется один раз стрелка четвертого циферблата и т. д.; наконец, после 1 000 000 оборотов рукоятки обернется однажды последняя, шестая, стрелка.

...Этот прибор действует на мышечное чувство. Вертя его рукоятку и наблюдая за тем, как медленно движутся стрелки на последних циферблатах, мы непосредственно, своими руками как бы ощущаем вес тех шести нулей, которые сопровождают единицу в изображении миллиона. Ведь, чтобы добраться до шестого нуля, нужно вертеть ручку прибора без отдыха и остановок сплошь в течение одиннадцати суток (считая по одному обороту в секунду)».

Стены зала использованы для помещения на них ряда «числовых диковинок». Сюда относится прежде всего надпись, идущая под потолком в виде фриза по всем четырем стенам зала: знаменитое число π, вычисленное Шенксом (1873) и содержащее 707 цифр. Вероятно, Дом занимательной науки является единственным местом Союза, где любой посетитель может видеть «самое длинное π».

Другие «числовые диковинки» включены в виде рельефных цифр в лепной орнамент стен зала. Это числа 2, 5, 9, 12, 13, 365, 999, 1 001 и др. Каждое из этих чисел обладает многими любопытными свойствами. Число 2, например, — наименьшее из положительных четных чисел, единственное простое четное число, основание простейшей и, быть может, любопытнейшей «двоичной» системы счисления и т. п. Описание особенностей приведенных чисел, изображенных на стенах зала, дано в одной из специальных витрин. Читателя, заинтересующегося особенностями этих чисел, отсылаем к книжке Я. И. Перельмана «Занимательная арифметика», изд. 7-е, ГОНТИ, 1938, стр. 71—85.

Своеобразным экспонатом являются арифметические ребусы — арифметические задачи, в которых требуется восстановить неизвестные цифры в тех или иных выкладках. Один из таких ребусов, составленный Я. И. Перельманом, приводим здесь для примера:



Точками здесь обозначены недостающие цифры, которые требуется восстановить. Читатель, после несложных рассуждений, без сомнения найдет ответ к этой задаче. Именно: делимое здесь равно 110768, а делитель — 112. Легко показать при этом, что указанное решение ребуса является единственным.

В Зале математических развлечений арифметические ребусы оформлены в виде небольших деревянных пюпитров. На месте недостающих цифр сделаны круглые углубления-гнезда. Определив в процессе решения какую-либо из недостающих цифр ребуса, посетитель вставляет в соответствующее гнездо деревянную шашку, на которой нарисована нужная цифра. Затем определяется следующая цифра и т. д. — до заполнения всех пустых мест ребуса.

Очень интересен экспонат «Задумай число», основанный на некоторых элементарных правилах алгебры и арифметики. Экспонат оформлен в виде фигуры совы, сидящей на дереве. Вращая рукоятку, посетитель читает надписи, появляющиеся в специальном окошечке и указывающие, какие действия нужно произвести над числом, которое он задумал. В конце появляется надпись, объявляющая посетителю, какое число у него получилось в результате вычислений. «Отгадывание» в этом случае основано на том, что результат выкладок не зависит от задуманного числа, так как последнее исключается в процессе выкладок. Но так как исключение задуманного числа производится незаметно для посетителя, каждый раз различными способами, подчас довольно замысловатыми, то раскрыть секрет этого «автомата-отгадчика» бывает не так просто.

Когда в выкладках участвуют одновременно несколько человек, причем каждый из них задумывает свое число, независимость результата от задуманного числа подчеркивается особенно ярко. Какое бы число ни было задумано — результат у всех один и тот же! Этот прием дает возможность экскурсоводу очень доходчиво объяснить, на чем основано действие этого «автомата».

Смысл этого экспоната не только в том, что он облегчает объяснение некоторых элементарных правил арифметики и алгебры. Он побуждает ребят добровольно, охотно и подолгу проделывать важную, но обычно скучную работу — тренировку в устном счете.

Несколько экспонатов зала посвящены различным системам счисления. Один из них, например, имеет вид старой пожелтевшей записи автобиографического характера, текст которой мы здесь воспроизводим *.

«Я окончил курс университета 44 лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в возрасте — всего 11 лет — способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из 10 детей. Жалования я получал в месяц всего 200 рублей, из которых $^1/_{10}$ приходилось отдавать сестре, так что мы с детьми жили на 130 рублей в месяц» и т. д.

Странные противоречия в числах этого отрывка объясняются тем, что числа эти написаны в недесятичной системе счисления.

* Задача эта предложена Я. И. Перельманом. См. «Занимательная арифметика», изд. 7-е. ГОНТИ, 1938, стр. 56—57.

Фраза: «Спустя год (после 44 лет), 100-летним молодым человеком...» дает ключ к решению задачи. Так как от прибавления единицы к числу 44 в этой системе получается число 100, то значит, цифра 4 является наибольшей цифрой этой системы. Таким образом, основанием этой системы является число 5. Поэтому число «44» в этой системе $4 \times 5 + 4$, т. е. 24; число «100» означает $1 \times 5 \times 5$, т. е. 25 и т. д. Не трудно, далее, восстановить смысл всей записи: курс университета был окончен 24 лет от роду; женитьба произошла на 25-м году; девушке было при этом 19 лет; семья состояла из 5 детей; месячное жалованье — 50 руб., сестре отдавалось $^1/_5$ жалованья, оставалось, следовательно, 40 руб.

Занимательная загадочность текста этого экспоната служит, таким образом, поводом для беседы о недесятичных системах счисления.

Другой экспонат, относящийся к системам счисления, с виду ничем не отличается от обычных автоматических весов с циферблатом, какие можно встретить сейчас в любом продуктовом магазине. Однако, всматриваясь в их шкалу, посетитель видит, что на ней нанесены не граммы, а... мужские и женские имена, всего 63 имени. Взвешивают на этих весах особые пластинки с написанными на них перечнями имен. Посетитель отбирает те пластинки, на которых имеется его имя. Те же пластинки, на которых имени посетителя нет, ему предлагается положить на весы. Стрелка весов останавливается после этого как раз против имени посетителя, написанного на шкале весов.

Секрет заключается в том, что пластинки имеют различные веса, относящиеся, как числа: 1, 2, 4, 8, 16, 32.

Как известно, пользуясь этими числами, как слагаемыми, можно образовать в сумме любое число от 1 до 63 и притом одним только способом. Например, число 53 может быть получено только как сумма $32 + 16 + 4 + 1$. Никаким другим способом нельзя получить число 53 из перечисленных выше слагаемых. Таким образом, из указанных 6 пластинок можно получить 63 различных их сочетания, каждое из которых обладает различным весом. С этими сочетаниями связаны определенные имена, написанные на пластинках, именно: вес каждого сочетания пластинок соответствует тому имени, которого нет ни на одной из них.

Задумай число

В процессе объяснений по поводу этого экспоната очень удобно дать понятие о простейшей «двоичной» системе счисления, на свойствах которой экспонат основан. Более квалифицированная группа экскурсантов может получить с помощью этого и прочих экспонатов зала довольно ясное представление о системах счисления вообще.

К числу экспонатов, дающих представление о теории вероятности, относится прежде всего широко известный аппарат, называемый «доской Гальтона». Это почти отвесно установленная доска, плоскость которой усеяна большим количеством торчащих гвоздиков, расположенных в шахматном порядке. Сверху из отверстия сыплются крупинки: ударяясь о гвоздики, они отклоняются случайным образом в разные стороны и падают в маленькие закрома внизу доски. Закрома эти застеклены, так что уровень крупинок в каждом закроме хорошо виден.

Так как вероятность больших отклонений крупинок невелика, то наибольшее число крупинок падает в средние закрома. В крайние закрома крупинок попадает меньше. Вскоре уровни крупинок в закромах образуют контур, близкий к кривой распределения вероятностей Гаусса.

Экспонат этот пользуется большим успехом и служит незаменимым пособием для элементарного объяснения основ теории вероятностей.

Весьма просто от доски Гальтона перейти к различным практическим применениям теории вероятностей, например к рассеиванию артиллерийских снарядов и т. п.

Доходчивость экспоната позволяет демонстрировать его даже детям.

Весы, отгадывающие имя

Интересно замечание одного ребенка, высказанное им своему отцу, по поводу этого экспоната: «Здесь зернышки падают в беспорядке, а ложатся в порядке».

Другой экспонат демонстрирует знаменитую задачу Бюффона с бросанием иглы. Эта задача оригинальным и неожиданным способом приводит к определению числа π. Заключается она в следующем. Иглу определенной длины случайным образом бросают на поверхность, на которой проведены параллельные линии, отстоящие друг от друга на расстояниях вдвое больших, чем длина иглы. Если повторить бросание много раз и подсчитать число случаев, когда игла ложится так, что пересечет одну из параллельных линий, а затем разделить общее число бросаний на число таких случаев, то с большим или меньшим приближением должно получиться число π.

Экспонат Зала математических развлечений ДЗН представляет собою стол, на котором разграфлены параллельные линии. Над столом натянута система сеток, через которые проваливается одновременно 100 иголок, бросаемых поверх этих сеток. Назначение сеток — сделать падение каждой иглы возможно более случайным.

Сбоку экспоната имеются небольшие счеты и тетрадь записей и вычислений. Повторив бросание 5 раз и сосчитывая число случаев, когда иглы пересекают линии, начерченные на столе, посетитель довольно быстро убеждается в справедливости теоретического расчета, который утверждает, что число всех брошенных иголок, разделенное на число пересечений иголок с линиями, дает значение π тем более точное, чем больше совершается бросаний.

Для пяти бросаний, при которых число всех брошенных иголок равно 500, получается значение π с точностью всего лишь около 0,1... В тетрадке, приложенной к экспонату, ведутся записи всех совершаемых бросаний. Суммируя все бросания, совершенные посетителями в течение многих дней, и сообщая новым посетителям полученные числа, экскурсовод может демонстрировать, как уточняется приближение к π по мере увеличения числа бросаний.

Теория этого экспоната достаточно проста. Упрощенное ее изложение вполне доступно посетителям, имеющим хотя бы смутные представления о начатках школьной математики. Для школьников, знакомых с геометрией круга, теория этого экспоната не представляет никаких затруднений.

Следующий экспонат иллюстрирует еще одну задачу по теории вероятностей.

Задачу эту легко уяснить на таком примере: обычно трамвайный, автобусный и прочий билет занумерован числом, состоящим из шести цифр; какова наиболее вероятная сумма цифр номера трамвайного билета, полученного вами сегодня в трамвае? Другими словами, какова наиболее вероятная сумма шести цифр, взятых наудачу? Теоретический расчет показывает, что наиболее вероятная сумма цифр в этом случае равна 27.

Этот результат можно демонстрировать с помощью экспоната, носящего название «Трамвайный билет». Фигура кондуктора держит небольшой деревянный футляр. В футляре, на общей оси, независимо друг от друга, вращаются шесть круглых барабанов, на цилиндрической поверхности которых написаны цифры от 0 до 9. Цифры видны в окошечки, прорезанные в футляре.

Толчками руки посетитель приводит барабаны в быстрое вращение, сообщая каждому из барабанов случайную скорость и даже случайное направление вращения.

Специальным остановочным приспособлением все барабаны могут быть мгновенно остановлены, причем цифры, написанные на барабанах, располагаются точно в окошечках футляра. Посетитель подсчитывает сумму цифр и замечает ее с помощью особого счетного приспособления, имеющегося на экспонате. Повторяя этот опыт несколько раз, посетитель наглядно убеждается, что из шести цифр наиболее часто образуются суммы, близкие к 27.

Теория перестановок иллюстрируется довольно неожиданным экспонатом. С виду это обыкновенный ларец, из числа тех, которые «просто открываются». Однако в этом ларце в самом деле скрыт механизм с секретом. Ларец этот открывается только при определенном расположении особых пластинок различной ширины, вставляемых в замок ларца. Расположение этих пластинок определяется установкой механизма замка, производимой экскурсоводом перед закрыванием ларца каждый раз другим способом. Посетителю предлагается сообщить, каковы все возможные перестановки из четырех пластинок и сколько их. Убеждаясь, что этих перестановок не так уж много, посетитель приобретает желание перепробовать их все для того, чтобы, наткнувшись случайно на нужный порядок пластинок, открыть ларец, тем более, что на ларце имеется надпись, обещающая премию. Открыв ларец, посетитель получает в виде премии одну из имеющихся в нем популярных книжечек по математике.

Интересен экспонат, иллюстрирующий, как быстро растет степень какого-либо числа вместе с ростом показателя степени.

Устройство этого экспоната можно понять из следующего. Представим себе некоторое количество брусков квадратного сечения, например, 10 штук, уложенных вплотную друг к другу так, что их верхние боковые грани образуют одну плоскость. Нарисуем на этой плоскости какой-нибудь портрет. На каждый брусок попадет какая-либо часть лица. На один из брусков попадет, например, нос, на другой — губы и т. д. Нарисуем теперь на остальных трех гранях нашего бруска ту же часть лица, но несколько измененную и притом так, чтоб каждые два соседних бруска можно было прикладывать друг к другу любыми гранями без нарушения непрерывности линии портрета. Комбинируя разные грани разных брусков, мы будем получать все новые и новые портреты, и все они хотя бы одной маленькой деталью будут отличаться от всех предыдущих. Сколько портретов можно получить, комбинируя различным образом 4 грани всего лишь 10 брусков? Когда задают этот вопрос посетителям, получают обычно самые разнообразные ответы. «Сорок», «Больше тысячи», «Много» и т. п. Редко кто из посетителей догадывается, как велико число всех портретов. Именно это число равно 4^{10}, т. е. несколько больше одного миллиона!